¡La Multiplicación No es una Suma Abreviada![1]

Noviembre de 2009

En el "Ángulo de Devlin"

La Columna de Keith Devlin en la MAA

Traducida y anotada por Diego Pareja Heredia. *Universidad del Quindío.*

En pasada columna decía enfáticamente, que yo preferiría que los maestros de escuela no dijeran a sus niños la mentira de que la multiplicación es una suma abreviada. En los meses siguientes a la publicación de la columna he venido recibiendo e-mails de profesores pidiendo una ampliación del tema. El enredo, según sostienen, está en que para ellos la multiplicación *es en efecto*, una suma repetida.

Si hay un ejemplo de suficiente calibre que muestre razones de peso para inducir a los matemáticos profesionales a que se involucren en la educación matemática básica (K-12), es éste. Los maestros que me han contactado, lo hacen porque verdaderamente desean conocer en extenso mi posición en este tema, sabiendo que a ellos les han enseñado en la facultad de educación y aun en los textos de estudio que, la multiplicación es una suma abreviada.

Comencemos de una vez con el hecho básico. La multiplicación no es una suma abreviada, y decirle a los estudiantes jóvenes lo contrario, conduce a problemas subsecuentes cuando luego aprenden que la multiplicación no es exactamente eso. La multiplicación de números naturales en efecto, *da el mismo resultado* que la suma repetida, pero sólo por eso, no podemos concluir que es lo mismo. Montando mi bicicleta voy a mi oficina en el mismo tiempo que yendo en mi carro, pero no por eso es lo mismo ir en carro que en bicicleta. Son dos procesos distintos. Decir a los estudiantes falsedades, con el ánimo de hacer la rectificación en el futuro no siempre es una buena idea. Y decirles que la multiplicación es una suma abreviada, definitivamente requiere una rectificación, más temprano que tarde.

¿Qué tan tarde? Tan pronto como el niño pasa de la multiplicación de los números naturales a la multiplicación de fracciones (o de multiplicación de números reales arbitrarios). En ese punto, hay que cambiarles la historia.

[1] Esta columna apareció originalmente en: http://www.maa.org/devlin/devlin_06_08.html

"Oh, así que la multiplicación de fracciones es otra clase diferente de multiplicación," podría decir un estudiante aventajado, preguntándose cuántas veces más, usted como profesor, le va a cambiar las reglas. No hay que sorprenderse entonces que la gente termine pensando que las matemáticas son un montón de reglas ilógicas y arbitrarias que no se pueden establecer, si no que simplemente hay que memorizar – sólo para descubrir que después de aprendidas, se las van a cambiar por otras (en apariencia) arbitrarias e ilógicas.

Mostrar que hay sólo una operación básica sobre los números (sean números enteros, fracciones o lo que sean) de seguro llevará a los estudiantes a suponer que los números son un sistema aditivo y nada más. ¿Por qué no hacer las cosas en forma correcta desde el principio?

No hay razón por qué no decir, que hay dos (al menos) cosas básicas que podemos hacer con los números: podemos sumarlos y podemos multiplicarlos. (Estoy descartando sustracción y división aquí, porque ellas no son otra cosa que las inversas de la adición y la multiplicación y así no son "básicas". Esto no quiere decir que sea fácil enseñarlas; es en efecto difícil.) Adición y multiplicación son cosas que usted hace con números – ellas vienen en el mismo paquete. Las incluimos porque hay muchas cosas útiles que podemos hacer cuando sabemos sumar y multiplicar números. Por ejemplo, sumar números nos dice cuántas cosas (o partes de cosas) se tienen, si unimos o combinamos colecciones. Multiplicación es útil si usted desea saber el resultado de ampliar o reducir (cambiar de escala) una cantidad.

No necesariamente tenemos que usar estas aplicaciones, pero ambas son tan simples y familiares, y para nuestras mentes ellas son tan buenas como lo son las nociones que se puedan dar en forma idónea o apropiada. (Pienso que no necesitamos presentar ejemplos de aplicación simples cada día. ¡Enseñar a los niños matemáticas elementales por el método axiomático de los dominios de integridad no es probablemente una buena idea! Esta columna no es un sermoneo a favor o en contra de la "la matemática moderna", término que uso aquí para denotar la concepción reformista de la educación que se abortó en los años ochentas del siglo pasado.)

Una vez que se ha establecido la existencia de dos distintas (no digo inconexas) y útiles operaciones sobre números, entonces seguramente resultará evidente que adición repetida no es multiplicación, ¡es justamente eso: adición-repetida!

Ahora, usted ha preparado el terreno para el momento maravilloso cuando puede decir a sus muchachos, o mejor aun, dejar que ellos descubran por si solos, ese truco sorprendente de que la multiplicación permite en forma rápida calcular una suma repetida. ¡Por qué privar a los muchachos de la dicha de descubrir ese pedacito de magia!

[Claro, todo truco de magia pierde parte de su encanto una vez usted descubre la razón del mismo. En los primeros días del desarrollo del concepto de número, alrededor de hace diez mil años, sólo hubo números naturales, y pudo haber sido que allí haya surgido la idea primigenia de lo que hoy se dice que la multiplicación es una suma abreviada[2]. Pero eso fue hace diez mil años, y las cosas han cambiado

---

[2] En el meollo del asunto y en la parte más elemental de la adición y la multiplicación están las tablas de sumar y multiplicar. Estas se reducen a su más simple expresión en el sistema binario y aquí precisamente ocurre que la razón por la cual $2 \times 2 = 4$, es que, $2 + 2 = 4$ y aquí parece estar el punto inicial donde empieza el mito de que la multiplicación es una suma abreviada. Ver mi artículo: *¿Por qué $2 \times 2 = 4$ y no 3 o 5, por ejemplo*? En: http://www.matematicasyfilosofiaenelaula.info/articulos/porque2por2igual4.pdf

demasiado desde entonces. No tratamos de entender cómo funciona el iPod en términos del ábaco, y menos deberíamos basar nuestro sistema educativo en aquello que la gente conocía y hacía alrededor de 8.000 A. C.]

Las matemáticas están hechas de ejemplos donde, algo que es acerca de A, resulta ser útil para B.

La exponenciación resulta que nos ofrece una forma rápida de hacer multiplicaciones repetidas – ¡Huy, ocurrió otra vez, ¡Son así las matemáticas de frescas! o ¿qué?

La anti-diferenciación resulta ser una forma rápida de calcular integrales. ¡Cielos, hasta allá van las cosas!

Me imagino oír a los estudiantes decir, "Hola, ¿cuántos más ejemplos hay como estos? En efecto, es sorprendente. Todo parece casar preciso. Parece que algo subyace en todo esto. Espero encontrar algo más."

Presumo que la razón para este estado de cosas es que los profesores (o mejor dicho, los instructores o los autores de los libros de texto que usan los profesores) consideran que los niños son incapaces de manejar el hecho de que hay dos operaciones básicas que se pueden llevar a cabo entre números. Y así les dicen que sólo hay una, y la otra es sólo una variante de la primera. Pero, ¿creemos qué realmente dos operaciones es más difícil de manejar que una sola? El gran salto de abstracción viene en la idea de abstraer el concepto de número y no de lo que podamos hacer con ellos. Una vez hayamos cruzado esta alucinante brecha cognitiva, poca diferencia hace si uno puede hacer una cosa abstracta con números o una docena más con ellos.

Por supuesto, no sólo dos operaciones básicas puede uno hacer con números. Ya mencioné una tercera operación básica como es la exponenciación. Los profesores universitarios de matemáticas luchan valientemente para sacudir de los estudiantes la falsa creencia que la exponenciación es una "multiplicación abreviada." Pero, si usted puede confundir a sus estudiantes una vez con una falsedad, ¿por qué no poderse sacar la espina de nuevo? Estoy bromeando un poco aquí. Pero con las mejores intenciones de llamar la atención, sobre algo que pienso necesita ser reparado.

Y la forma de arreglarlo es, asegurarse que cuando enseñemos a los futuros maestros, y cuando los autores escriban, o cuando los estados adopten los textos guías, todos hagamos las cosas bien. Nosotros los matemáticos cargamos aquí con la responsabilidad última de todo el asunto. Se supone que somos universalmente los expertos en estructuras matemáticas, incluyendo los variados sistemas numéricos. ("Sistemas" aquí incluye las operaciones que pueden realizarse al interior de ellos.) Nuestros predecesores profesionales construyeron esas estructuras. Ellas son parte de nuestra visión, son cosas que dominamos desde hace mucho en nuestra jornada educativa, que son como nuestra segunda naturaleza. Por largo tiempo tácitamente hemos asumido que nuestro conocimiento y entendimiento de aquellos sistemas es compartido por todos nuestros colegas. Pero parece que este no es el caso. Tengo un grueso archivo de e-mails de profesores calificados que testifica que hay una laguna en esa creencia.

Termino diciendo que no es mi propósito tratar de dar prescripciones de cómo deberíamos enseñar aritmética. No estoy entrenado como maestro para K-12, ni tengo experiencia de primera mano en que basarme. Pero el término "enseñanza de las matemáticas" abarca dos palabras, y yo tengo experiencia en la segunda.

Este es mi enfoque aquí, y cedo la palabra a los que tienen la experiencia en el otro aspecto. La mejor forma a seguir adelante, de verdad, para los dos grupos de especialistas, el matemático y el maestro, es el diálogo – regular y frecuente –.

Mientras tanto, maestros, por favor paren de seguir diciendo a sus alumnos que la multiplicación es una suma abreviada.