

Las Experiencias de “Payi”

El Sistema Binario en la Educación Elemental.

Diego Pareja Heredia. *Universidad del Quindío*

“Oigo y olvido. Veo y recuerdo.
Hago y aprendo”. Antiguo proverbio chino.



El payasito Payi es una figura que resulta de vestir la mano del profesor con un traje, en este caso, un guante con la carita de un payaso. Inicialmente se empleó con el propósito de simular un payasito extra terrestre que vive en un mundo donde la aritmética es binaria, es decir, se cuenta sólo con los dígitos **0** y **1**.

Resumen.

Esta exposición sintetiza, en cierto sentido, dos exposiciones¹ presentadas a niños de tercero elemental con el propósito de llegar al sistema binario, por el camino de la fantasía, la intuición y el juego². El Payi es un payasito vestido en la mano del niño que induce a desarrollar unas matemáticas no convencionales, cuya característica es el uso de los símbolos **0** y **1**, asociados a sus manitas carentes de dedos, pero que las usa para elaborar su propio sistema de numeración.

Abstract.

This lecture is the synthesis of two previous talks, given to third grade kids, with the aim to reach binary system through a way based on fantasy, intuition and enjoyment. Payi is a little clown dressed over the kid's hands entitled to develop a kind of non conventional mathematics, whose own characteristic is the use of symbols: **0** and **1**, associated with their non possessing fingers hands, used to build his own counting system.

¹ Estas exposiciones aparecen en la red en:

<http://www.matematicasyfilosofiaenlaula.info/conferencias/PayiTictoc-Presentacion.pdf> y
http://www.matematicasyfilosofiaenlaula.info/conferencias/LasLeccionesdePayi_Lección2.doc

Introducción. Que la formación del niño en sus primeros tres años es crucial, lo saben todos los que se dedican a investigar sobre educación y sobre psicología cognitiva. También, que este período de la infancia puede definir el curso de una buena educación y una vida exitosa cuando adulto, casi lo sabemos todos. Sin embargo conocer el por qué, en esta etapa de la vida se desarrollan en el niño ciertas facultades fundamentales, es otro cuento. Este es el caso de cierta facultad que, en la literatura psicológica en inglés se conoce como *theory of mind*³ (teoría de la mente) y que vamos a llamar aquí, posiblemente en forma impropia, *metacognición* o *transfiguración* y que tiene que ver con la posibilidad de que el niño asuma el rol de otro individuo y que se comporte como si estuviera en su lugar.

La experiencia en estos temas la he adquirido al contacto con mi nieta Laura Sophia durante dos años, tiempo en que he creado en torno a ella, un ambiente de fantasía con el recurso de un pequeño personaje inquieto, simpático, pero a la vez travieso y juguetón, a quien bautizamos con el nombre de “Payi”. Payi es un payasito que se origina en mi costumbre de jugar con los niños a hacerlos reír usando los dedos de la mano, ocultando el dedo anular y simulando un payasito que sube por sus brazos marchando al ritmo de TIC-TOC, TIC-TOC,....., hasta llegar al cuello o la axila, momento en el cual uno espera que el niño o la niña suelte la risa.

Sin ser experto en teorías psicológicas del aprendizaje, he considerado interesante y posiblemente útil, comunicar mis experiencias educativas vividas en la enseñanza infantil por medio de una técnica que yo llamo “Aprendiendo de la mano de Payi” que ha resultado ser sorprendente para despertar la fantasía y acelerar el desarrollo del lenguaje en infantes menores de tres años.

Con esta dinámica uno persigue adelantar el salto hacia lo que llamábamos la transfiguración (theory of mind) y que el matemático Keith Devlin⁴ esboza así:

“...una teoría de la mente ocurre cuando un individuo imagina el modo en que otro puede ser, y así trata de predecir cómo será su comportamiento”.

Esta habilidad que identifica al ser humano – según el autor citado – aparece entre los cuatro y los cinco años. Mi experiencia con mi nieta Laura Sophia, muestra que, la

³ Ver por ejemplo la página Web de la doctora Brenda Schick en:
<http://slhs.colorado.edu/schick/index.php>

⁴ DEVLIN, K. *The Math Gen*. Basic Books. 2000. Pág. 215.

transfiguración puede aparecer tempranamente – entre los dos y los tres años – como ha ocurrido en mi nieta a consecuencia del estímulo originado en sus manitas con el concurso del payasito Payi.

Algunos expertos⁵ sostienen que el lenguaje está fuertemente ligado a la metacognición y ésta a su vez a la habilidad cognitiva del infante. Esto en pocas palabras significa que si el niño da el salto hacia la transfiguración, sus procesos de aprendizaje se agilizarán, en cuanto tiene que ver con el lenguaje y con la disposición para aprender con menor esfuerzo. El caso de mi nieta, sin ser extraordinario, muestra que a esa edad se puede aprender a cantar, bailar, recitar (Laura recita versos de Pombo, de Rubén Darío, entre otros, con muy buena dicción), crear historias y por supuesto, leer.

Tras estos experimentos didácticos se insinúa una incipiente teoría de la enseñanza, donde el sujeto del aprendizaje aporta al proceso, una parte muy rica en conexiones nerviosas, como son sus manitas, donde el sentido del tacto tiene su mayor asiento. Hay que tener en cuenta que el sentido del tacto está diseminado en toda la piel y es por esto que su recurso es tan valioso en el proceso de aprendizaje. El proverbio chino que sirve de epígrafe a estas notas resalta, la gran relación entre el hacer y el aprendizaje; y el “hacer” no se logra con la vista, el gusto, el olfato o la audición, solamente, el hacer es actividad privativa del tacto esencialmente. Quien pierda cualquiera de los sentidos, aun puede vivir una vida casi normal, sin embargo no se conoce un solo caso de alguien que haya perdido el tacto y que siga viviendo. El tacto tiene su asiento en el mayor órgano que tiene el hombre que es la piel. Particularmente en las manos, se ha desarrollado mayormente la facultad de palpar, de sentir y de transmitir sensaciones. A veces pienso que el hombre culto ha desaprovechado esta facultad de las manos, pues casi las dedica solamente como herramienta de agarre de un instrumento de escritura. Con el advenimiento del procesador de palabra anexo al computador, las manos, las mejores herramientas del hombre, han diversificado y enriquecido su uso. Esperemos que este cambio en la función de las manos ayude también al niño a aprestarse para actividades artísticas, como la música, la pintura, la escultura, etc.

Aunque la teoría que desarrollamos en los siguientes párrafos es esencialmente empírica, creemos que con mayor experimentación se podría conformar una teoría más acorde con los cánones científicos que caracterizan a los estudios psicopedagógicos serios.

⁵ Ver por ejemplo la página Web de la doctora Brenda Schick en:
<http://slhs.colorado.edu/schick/index.php>

Para entender mejor la transfiguración a la que nos referimos, me permito transcribir la historia que los autores citados cuentan, conocida como “El pastel de Simón” y que se reduce a lo siguiente.

Simón y su padre preparan un pastel que dejan sobre la mesa del comedor. El niño sale a jugar, mientras que su padre planea salir de compras. Pensando que la cubierta del pastel pueda derretirse, el padre, sin informar a Simón, coloca el pastel en la nevera antes de salir. Después de jugar el niño vuelve a casa a comerse el pastel. La pregunta es ¿Dónde buscará Simón el pastel?

Nosotros responderíamos: en la mesa donde lo dejó, porque uno puede ponerse en la situación de Simón que desconoce que su padre pasó el pastel a la nevera. Sin embargo los niños pequeños que oyen la historia, antes de desarrollar la habilidad de la transfiguración, responden que lo buscará en la nevera que es donde está el pastel realmente. En este caso decimos que el niño aun no logra asumir el rol psicológico de Simón buscando su pastel.

Esta corta historia y su pregunta final involucran el concepto de teoría de la mente, algo parecido a una teoría, como es, la teoría física, la teoría biológica, etc., donde al conocer las bases de la teoría se puede hacer predicciones. En el caso de la historia anterior, lo que el niño predice es, el comportamiento de Simón, cuyo conocimiento llega hasta que el dejó el pastel sobre la mesa y desconoce lo que nosotros sabemos, como es que, su padre cambió al pastel de sitio.

Parece ser, y eso lo he descubierto en mi contacto con Laura Sophia, que las destrezas logradas con el uso de la transfiguración ayudan sustancialmente al desarrollo y la comprensión del relato de historias y cuentos. He notado además que su contacto con un personaje fantástico como Payi ayuda al desarrollo de habilidades para interactuar socialmente, las que son indispensables en la convivencia escolar y por supuesto para incentivar el aprendizaje a través del maestro y de la relación con su grupo, preparando así al niño para la obtención de un pensamiento crítico y a futuro de un pensamiento científico, hoy tan importante para comprender las complejidades de la sociedad moderna.

Los autores citados consideran la metacognición requisito para entender y practicar actividades de convivencia y aprendizaje sumamente importantes:

“La educación requiere que los niños hablen sobre entendimiento mutuo y sobre posibles malas interpretaciones; que reflejen sus creencias propias,

como las de los demás y que tengan criterio para decidir si cambian su posición cuando, reconocen la evidencia de que otro punto de vista es válido.... Hay muchas formas en que los adultos podrían facilitar la adquisición por parte del niño de la metacognición. Fingir juegos y asumir roles, permite a los niños escapar de la realidad de los objetos y de los roles en que vive. Para lograrlo, los niños necesitarían crear representaciones cognitivas separadas entre lo que es real y lo que es imaginario. Hablar de eventos pasados, también se ha encontrado que está relacionado con las destrezas de la metacognición, porque los niños, probablemente, necesitan discutir eventos fuera de contexto, ...Mientras muchos profesionales son conscientes de cuan importante es el lenguaje en nuestra vidas, tanto como medio de comunicación y adquisición de conocimiento del mundo que nos rodea, la investigación en teoría de la mente muestra que el lenguaje ofrece el soporte al conocimiento de la forma en que trabaja la mente ”⁶.

Dejando para otra oportunidad el análisis experimental de las consecuencias de la adquisición temprana de la metacognición miremos en estas primeras lecciones la forma en que el payasito Payi puede ayudar en el aprendizaje también temprano de otro lenguaje, que como el lenguaje cotidiano viene codificado en forma incipiente en nuestros genes: el **lenguaje matemático**.

En nuestro proyecto hemos encontrado otros subproductos de la metodología aquí expuesta. De una parte, el manejo del ritmo, dirección y sentido a través de los dedos índice y del centro, los más sensibles al aprestamiento de habilidades artísticas, y de otro lado, estos procedimientos conducen tempranamente al lenguaje musical, al asociar, la métrica musical al sistema binario. En efecto, la redonda vale dos blancas, cuatro negras, ocho corcheas, dieciséis semicorcheas, treinta y dos fusas y sesenta y cuatro semifusas. Como se ve, este lenguaje musical está íntimamente ligado al sistema binario y así va a permitir explorar y aprovechar las posibilidades que la música ofrece en todos los procesos de aprendizaje.

La pedagogía involucrada en el modelo de enseñanza introducido por Payi pretende buscar, una nueva alternativa, que explique la tecnología moderna de uso corriente, aquello que hace que la tecnología digital funcione, la misma tecnología que nos permite el uso del teléfono celular, la grabación digital, la transferencia de imágenes, archivos y sonido a través de la Internet, etc. Tras estas nuevas tecnologías están las matemáticas, no tanto las que aprendemos en la escuela, en el colegio e inclusive en

⁶ SCHICK, en la página Web citada.

las universidades, si no más específicamente, aquellas matemáticas relacionadas con las *wavelets*, unas funciones muy importantes derivadas de las transformaciones conocidas como *transformadas de Fourier* y emparentadas con la transformada de *Haar*, comprensible fácilmente, si se tiene conocimiento del sistema binario, pues su origen está ligado al árbol binario, al que llegaremos en estas primeras lecciones.

Un Diálogo que conduce hacia los números.

Los personajes en juego para esta presentación son:

El *Profe*: quien interroga y anima la presentación.

El *Payi TIC-TOC*: un personaje fantástico representado en la figura de un payasito formado por los dedos de una mano del Profe, vestida de blanco y negro representando un payasito bicolor.

The TIC-TOC House, es la casa de Payi desde donde se hace la representación teatral.

El ambiente de exposición es el aula de clase. El maestro o la maestra hacen la presentación del “Profe” y de su invitado, el payasito TIC-TOC. El profe motiva e inquieta a los alumnos con el personaje que va aparecer en escena y los invita a conocer algo de **NUMB3R PL4N3T**, el mundo de fantasía, donde vive “Payi”.

La inclusión del payasito tiene como propósito hacer que el niño use sus manos como herramienta de aprendizaje y aproveche el atractivo que ofrece un payasito para dialogar en serio y en broma sobre temas de su vida cotidiana. Tras este procedimiento hay un principio básico de la pedagogía como es: *El mejor maestro para uno, es, uno mismo*.

En el caso presente, el tema será, la representación simbólica de los números. Como la esencia del método aquí expuesto es la dualidad, lo que se busca en la primera exposición, es la identificación y el manejo de los opuestos, aquí ejemplarizados, en la dualidad: adelante y atrás, derecha e izquierda y que van a permitir introducir en la lección No. 2, un diagrama de árbol donde aparece, en forma natural y simple, la representación binaria de los números.

La dualidad se introduce y se motiva a través del siguiente diálogo.

Con música de fondo originada en *La Serenata No. 13 en Sol Mayor K.525* de Wolfgang Amadeus Mozart, el profe despliega gran entusiasmo en la presentación de Payi, solicitando el aplauso, y despertando el interés y la curiosidad de los niños por un mundo exótico, como esperamos, sea: **NUMB3R PL4N3T**.

Profe – ¿Hola payasito, quién eres tu?

PAYI – Soy el payasito *T1C-T0C*, pero me dicen “Payi”

Profe – ¡Payi! Me gusta ese nombre. ¿De donde vienes?

PAYI – Vengo de Number Planet, el planeta de los números y las matemáticas.

Profe – ¡Ah caramba! Debe ser un mundo muy hermoso.

PAYI – Realmente lo es. Allá las matemáticas se aprenden jugando. Todo nuestro mundo es un juego.

Profe – ¡Que interesante! Me gustaría saber, cómo se aprende los números jugando.

PAYI – Ya lo verán, si usted profe, y sus amiguitos, me ayudan.

Profe – Claro, ¿Cierta niños? ¿Qué hay que hacer?

PAYI – Muy fácil. Deben seguir mis movimientos con sus manitas.

Profe – ¡Perfecto! Todos vamos hacer un Payi con nuestras manos. Escondemos el dedo anular atrás y ya tenemos una copia de Payi.

PAYI – Miren mi uniforme. Se divide en dos partes: la derecha es T1C y la izquierda es T0C. Si adelante, primero mi pie derecho digo T1C... Cuando mi pie izquierdo da un paso atrás digo T0C.

Profe – A ver niños, con sus manitas vamos a imitar a Payi. Con T1C un pasito adelante, con T0C, un pasito atrás.

PAYI – Muy bien. Si empezamos con T1C vamos para adelante, si empezamos con T0C, vamos para atrás. Mírenme: por ejemplo: para adelante, *T1C-T0C*, *T1C-T0C*, *T1C-T0C*. Observen que T0C sigue a T1C. Ahora para atrás empezando con *T0C*, así: *T0C-T1C*, *T0C-T1C*, *T0C-T1C*. Noten aquí que T1C sigue a T0C.

Profe – Imitemos a Payi. Cuando empezamos con T1C vamos para adelante. Si empezamos con T0C vamos para atrás. Probemos para adelante *T1C-T0C*, *T1C-T0C*, *T1C-T0C*. Ahora para atrás empezando con *T0C*: *T0C-T1C*, *T0C-T1C*, *T0C-T1C*.

PAYI – ¡Felicitaciones! han aprendido que en Number Planet T1C significa para Adelante y T0C significa para atrás.

Profe – Muy bien: T1C para adelante, y T0C para atrás. Pero Payi, no vemos de dónde van a salir los números.

PAYI – Paciencia mi querido Profe, estamos jugando y los juegos nunca tienen prisa, tan solo son juegos. También es juego la otra forma de ver a *T1C-T0C*.

Profe – ¡Caray! ¿Es que *T1C-T0C*, significa más cosas?

PAYI – Claro que si. *T1C-T0C*, está en todo lo que tiene dos posibilidades de ocurrir, por ejemplo: Derecha e Izquierda. *T1C* para un paso a la derecha y *T0C* para un paso a la izquierda. Ahora Uds. me imitan con *T1C*, para un paso a la derecha y *T0C* para un paso a la izquierda.

Profe – Hagamos lo que hace Payi. *T1C* para un paso a la derecha. *T0C*, para un paso a la izquierda.

PAYI – Si queremos ir a la derecha empezamos con T1C y seguimos con T0C, así: *T1C-T0C*, *T1C-T0C*, *T1C-T0C*. Ahora, si queremos ir para la izquierda empezamos con *T0C*. Por ejemplo: *T0C-T1C*, *T0C-T1C*, *T0C-T1C*.

Profe – Todo esto es muy fácil. ¿Cierto, niños? Pero perdone Payi, no veo los números.

PAYI – Miren mi uniforme y ya verán números.

Profe – Veo Blanco y Negro, dos colores.

PAYI – Que bien profe. Ya dijo: “dos”. Dos es un número muy interesante. Pero sigan mirándome que van a encontrar más números.

Profe – A ver... Dos patitas, dos brazos, dos ojos, ... dos orejas, ... una boca, una nariz, un cu...

PAYI – Wait, wait, wait... Seguirán encontrando números. Pero hay cosas que yo no tengo. Mírenme, no tengo cuernos como las vacas, ni cola como los caballos, ni pico como los pájaros, ni cu ...

Profe –Espere, espere, espere. Ya entiendo, tiene cero cuernos, cero colas, cero picos, etcétera.

PAYI – Correcto profe. Y cero es otro número (moviendo rápidamente la patita izquierda), tan importante como el dos. Ese número lo llevo en mi nombre: en T0C.

Profe –(Con sorpresa) Caramba creo que en Number Planet la “o” es el mismo cero.

PAYI – No exactamente profe. Pero me gusta que en T0C el cero suene como una “o” y también, ¡míreme!, el uno de T1C, me gusta que suene como una “i”.

Profe –¡OH, no me había fijado Payi! ¿O sea que usted tiene dos números en su uniforme, el cero y el uno?

PAYI – Correcto. En Number Planet usamos solo esos dos números para contar y para todo: **1** y **0**.

Profe – Eso es increíble. ¿Por qué, Payi?

PAYI – Los habitantes de Number Planet no usamos los dedos para contar, porque no tenemos diez dedos como ustedes.

Profe - ¿Ah no. Y entonces?

PAYI – Solo tenemos dos bracitos, derecho T1C e izquierdo T0C y con T1C y T0C contamos.

Profe - ¡Sigue siendo increíble! ¿No es cierto, niños? Pero Payi... ¿De donde van a salir los otros números?

PAYI – Paciencia Profe. Lo veremos en la próxima lección cuando todos ustedes hayan jugado al tic-toc adelante y atrás, a la derecha y a la izquierda. *T1C-T0C, T1C-T0C, T1C-T0C; T0C-T1C, T0C-T1C, T0C-T1C*.

Profe – Bueno gracias Payi por enseñarnos el juego del tic-toc y por mostrarnos los números cero, uno y dos. ¡Qué bueno es aprender matemáticas jugando!

PAYI – Claro y el juego apenas empieza. Hasta la próxima.

Sale Payi, hace una profunda reverencia, va caminando hacia atrás, se cierra la puerta de The “Payi” *T1C-T0C* House, mientras se escucha el Minueto de la Serenata No. 13 en Sol Mayor K. 535 de Mozart.

LECCIÓN No. 2

INTRODUCCIÓN DEL SISTEMA BINARIO

Diego Pareja-Heredia. *Universidad del Quindío. Armenia. Colombia.*
E-mail: depehache@yahoo.es



Payi en contacto. Una sensación de alegría se ve reflejada en estos niños, cuando el payasito T1C-T0C los visita en sus mesas de trabajo.

Introducción. En la lección No. 1, vimos a Payi construyendo las bases intuitivas que conducirían, en forma natural, a un sistema de numeración, cuyo soporte son dos entidades elementales: T1C y T0C, que simbólicamente denotábamos con **1** y **0**, respectivamente. Dejemos sentado desde ahora que, los símbolos no son los números mismos, son numerales que representan a los números en el lenguaje inteligible que usamos en nuestra comunicación oral o escrita. Afirmemos además que los números son entidades abstractas, no fáciles de definir y que el hombre desde su temprana evolución ha venido usando para denotar el tamaño de magnitudes de distinta especie y que en razón a necesidades sociales y de carácter, primero especulativo y después científico, estos números se han introducido en el lenguaje, y desde temprano, han venido formando parte de las matemáticas.

Las matemáticas están integradas a todas las culturas y han comprobado a lo largo del tiempo, lo que llamó Eugene Wigner “su irrazonable efectividad” como herramienta para resolver problemas de distinto orden. Sin embargo hay que entender que al decir que son herramienta, no estamos afirmando que sólo son eso, pues las matemáticas tienen partes que más que ciencia, es arte, donde las aplicaciones no se vislumbran y probablemente nunca se verán. Definir matemáticas no es empresa fácil. Richard Courant and H. E. Robbins debieron escribir el libro *¿Qué son las Matemáticas?*, con el propósito de circunscribir una respuesta a esa pregunta. Aunque no favorezco las definiciones, demos la siguiente porque viene de una de las fuentes de mi preferencia⁷: *Las Matemáticas son la ciencia del orden, de los patrones, de las estructuras y de las relaciones lógicas.*

En esta parte de las “lecciones”, nos referiremos a números naturales incluyendo cero. En el mismo nombre T1C-T0C, hemos incluido los símbolos **1** y **0**, aquí interpretados como entidades complementarias en el sentido de teoría de conjuntos donde la negación del uno es el otro. Y así me gustaría que el estudiante de la escuela elemental las entendiera. El uniforme de Payi muestra los dos símbolos, y su representación apunta a que, uno es el complemento del otro: lo que para uno de los símbolos es negro, para el otro es blanco. Esta dualidad de **0** y **1**, al representar los opuestos como vimos antes, *adelante-atrás, derecha-izquierda*, permitirá construir una parte del árbol binario. Al árbol binario completo se llega abriendo otra rama por encima de **0** que dará origen a todas las fracciones positivas de **2**. De este punto en adelante podremos construir todos los números reales como expansiones de base **2**.

Un aspecto que quisiéramos enfatizar en estas lecciones es que Payi, el payasito T1C-T0C, es la representación de la mano (Derecha para los diestros o izquierda para los zurdos) y que, es el alumno con su propia mano quien irá enriqueciendo su conocimiento. Por siglos y siglos, en los procesos escolares, nuestras manos han servido casi exclusivamente como parte de una herramienta de escritura. Ahora que el computador se convirtió en un utensilio más de la escritura, como fue el estilete primero y la pluma después, la mano está tomando funciones que antes no tenía como es la función dactilográfica, o sea la escritura al tacto. Claro, no queremos afirmar que, debemos dejar de enseñar a los niños a escribir a mano, sin embargo hay que adiestrarles sus manitas para los menesteres que se derivan del uso del teclado del computador; su futura herramienta de trabajo.

En este proceso de aprendizaje que iniciamos, la mano, y más específicamente los dedos, juegan el rol principal. En particular los dedos, del centro e índice nos dan la pauta para significar si vamos

⁷ DEVLIN, K. *The Math Gene. How Mathematical Thinking Evolved and why Numbers are like Gossip*. Basic Books. 2000. Pag. 74.

hacia delante o hacia atrás, hacia la derecha o hacia la izquierda. Los niños tienen ya clara la convención que T1C significa hacia adelante o a la derecha y que T0C significa hacia atrás o hacia la izquierda y este significado lo vamos a transmitir a **1** y **0** en ese orden.

Segundo diálogo con el Payi T1C-T0C. En el siguiente diálogo el Payi intenta enseñar a los niños la forma como se construye en **NUMB3R PL4N3T**, a partir del **0** y el **1**, los demás números. Al igual que en la primera presentación, los personajes son el Payi y el *profe*, quien formula las preguntas y anima la presentación. El escenario es ahora un piso baldosado o teselado de tal manera que Payi al dar el primer paso adelante encuentra dos largas baldosas o teselas, en el siguiente paso, cuatro de menor dimensión, luego ocho, luego dieciséis, y así doblándose cada vez que da un paso adelante. Los niños encontrarán encima de su pupitre una copia del piso teselado sobre el que Payi hace su demostración.

Profe – Payi, aprendimos en la primera lección que T1C significa hacia adelante o a la derecha y que T0C representaba un paso atrás o a la izquierda y que T1C lo podíamos representar por **1** y T0C por **0**. Nos prometió que en esta lección nos iba a enseñar como se escribe en **NUMB3R PL4N3T** el resto de los números.

PAYI – Eso es correcto mi querido profe. Como todo lo aprendemos con movimiento y a través del juego, lo primero que hacemos es buscar una superficie rayada.

Profe – ¿Una superficie rayada como los pisos baldosados de las casas o de los colegios?

PAYI – Bueno podría servir para ustedes que son grandes, pero como yo soy tan pequeño, tengo que buscar una superficie rayada a mi medida porque mis pasitos son cortos.

Profe – OH si claro. Pero me imagino que no todas las baldosas son iguales, o ¿sí?

PAYI – También podrían ser iguales pero respetando ciertas reglas. Todos saben que los juegos tienen reglas y éstas se deben cumplir para poder desarrollar el juego. En **NUMB3R PL4N3T**, se busca que las reglas de los juegos sean muy simples.

Profe – ¿Más simple que las baldosas de mi casa que todas son cuadradas?

PAYI – Más simple aún. Comenzamos con una baldosa muy larga donde yo estoy parado. Aquí estarán **0** y **1**. Cuando doy el primer paso hacia delante con T1C, encuentro dos baldosas, una a la izquierda y otra a la derecha.

Profe – ¡Caramba! Un piso muy raro.

PAYI – Aparentemente. Pero verán más adelante que no es tan raro. Para cada paso adelante debo encontrar el doble de baldosas que las que hay en donde estoy parado.

Profe – Es decir que empiezo en uno y voy doblando el resultado a cada nuevo paso, algo así: 1, 2, 4, 8, etc.

PAYI – Así de simple, pero recuerde mi querido profe que aun no sabemos como escribir los números. Sólo tenemos **0** y **1**.

Profe – Claro Payi, en **NUMB3R PL4NET** no tienen los mismos numerales que nosotros. Usted dijo que en su mundo no se cuenta con los diez dedos de las manos, solo con dos brazos: con tic y toc.

PAYI – Cuando niños, aprendemos que doblar se hace por repetición de lo que se quiere doblar y así no nos complicamos. Partimos de dos opciones. Si necesitamos más, a cada una de ellas le damos dos nuevas opciones y así continuamos hacia el infinito.

Profe – ¿Dijo hacia el infinito?

PAYI – Si; para significar que el proceso de doblar y doblar continua indefinidamente, que no se acaba nunca.

Profe – Ah, claro. Repetir y repetir.

PAYI – Exactamente. Al dar el primer paso encontramos dos nuevas opciones, T1C o T0C, según escojamos derecha o izquierda.

Profe – O sea que al llegar a la segunda fila ya hemos hecho T1C y tenemos un **1**. Si damos un paso a la derecha decimos T1C nuevamente y tendremos **11**, pero si damos un paso a la izquierda decimos T0C, y acumularíamos T1C T0C, simbólicamente **10**.

PAYI – Bien Profe. Pero hay que decir que **10 (uno, cero)**, no es el diez que ustedes usan en su sistema decimal, debe decirse uno cero y es el tercer número en nuestro sistema y corresponde a lo que ustedes llaman el dos y lo representan con el numeral 2.

Profe – Ah, claro. Tenemos ya los números en el orden **0, 1, 10, 11**. ¿Es correcto?

PAYI – OH si. Vamos bien Profe. En cada cuadrado donde nos encontremos, vamos a tener la posibilidad de avanzar hacia delante: a la derecha o hacia la izquierda. Donde lleguemos podremos anotar el camino seguido para llegar a ese punto. Por ejemplo, para llegar a **10**, partimos de **1** damos un paso adelante y luego un paso a la izquierda; para llegar a **11** partimos nuevamente de **1** damos un paso adelante y luego otro a la derecha.

Profe – Hasta aquí bien Payi. Pero los niños necesitan ejercitar sus deditos con Tic y Toc. Vamos a ver niños. Empecemos en T1C con un pasito adelante y luego un pasito a la izquierda para completar T1CT0C. De nuevo empezando en T1C, un pasito adelante y luego un pasito a la derecha para llegar a T1CT1C. Entonces ya tenemos los números: T0C, T1C, T1CT0C, T1CT1C.

PAYI – Muy bien niños estamos progresando. En **NUMB3R PL4NET** aprendemos paso a paso con T1C y T0C. A medida que progresamos iremos dejando atrás la T y la C, para quedarnos sólo con **1** y **0**.

Profe – ¿Cómo Payi? ¿Por qué dejar la T y la C?

PAYI – Como dije en la primera lección, en mi nombre aparecen los símbolos que identifican a **1** y **0**. Por lo tanto cuando muestro **1** estoy significando **T1C** y cuando muestro **0** estoy diciendo **T0C**. Es más corto escribir, **1** y **0** que **T1C** y **T0C**.

Profe – Muy bien Payi. Seguiremos usando **0**, para paso atrás o a la izquierda y **1** para paso adelante o a la derecha.

PAYI – Así se habla profe. Siempre hay que buscar la simplificación del lenguaje. Por economía de simbolismo y porque es más fácil manipular símbolos cortos que largos.

Profe – Pero sólo hemos llegado a **11**. ¿Qué sigue después?

PAYI – Al dar el tercer paso adelante, encontramos el doble de baldosas que en la fila que estábamos es decir el doble de 2, en lenguaje decimal, cuatro baldosas. Si estamos parados en **11**, hay dos opciones para adelante, o **110**, ó **111**. Si estamos parados en **10**, habrá dos opciones para adelante: **100** o **101**.

Profe – Ah claro. Encontraríamos cuatro números más: **100**, **101**, **110** y **111**. O sea que la secuencia queda **0**, **1**, **10**, **11**, **100**, **101**, **110** y **111**.

PAYI – Seguimos progresando. Yo creo que los niños ya pueden contar del **0** al **111** recurriendo al **T1C** y al **T0C**, así: **T0C**, **T1C**, **T1CT0C**, **T1CT1C**, **T1CT0CT0C**, **T1CT0CT1C**, **T1CT1CT0C** y **T1CT1CT1C**.

Profe – Practiquemos niños. Con **T1C**, **T0C** y con **0** y **1**. En la hoja de papel, rayada como dice Payi, están los cuadritos empezando con **0** y **1** seguimos adelante a la izquierda con **10** y luego a la derecha con **11**.

PAYI – Muy bien. La creación de más números sigue siendo fácil. Cuando se está en un lugar cualquiera podemos agregar dos números más hacia arriba, agregando un **0** o un **1** a las cifras del número que estaba en el punto de partida.

Profe – Muy fácil. Si estamos en **111**, con un paso adelante podemos encontrar **1110** y **1111**, según nos movamos a la izquierda o a la derecha.

PAYI – Correcto. Por eso es que el arreglo o figura que resulta de colocar los números **0** y **1** en esa forma se llama un diagrama de árbol. De cada número salen algo así, como dos ramitas que originan nuevos números.

Profe – Claro los diagramas de árbol son muy importantes en las matemáticas y sobre todo para la ciencia de los computadores y para la teoría de la información y la comunicación que ha dado origen al Internet, a los celulares y a la tecnología moderna.

PAYI – Por el respaldo de la hoja de trabajo pueden ver el diagrama de árbol que se forma con las flechas (ramas o aristas), a partir de cada número (nodos o vértices).

Profe – Que interesante Payi este juego de los números binarios. Gracias por esta nueva lección.

PAYI – Ha sido un gusto visitarlos y espero que ya sin mi ayuda puedan aprender a sumar y multiplicar con estos nuevos números. Les anticipo que es facilísimo, a tal punto que hasta las máquinas aprenden. Adiós y muchas gracias.



El beso de Payi. Payi no perdió la oportunidad de repartir besos entre las lindas asistentes a su lanzamiento en Armenia, Colombia, el 30 de Mayo de 2008.

Teselado y T1C-T0C Playground. El Payi T1C-T0C usa este baldosado o teselado para construir los números. Empezando con **0** sigue a **1** con un paso a la derecha. De ahí en adelante, continua con un paso adelante, a izquierda o a derecha llenando cada baldosa o tesela con un número en forma binaria. El resultado del proceso es el árbol binario que se muestra en la siguiente figura. El Paraíso de T1C-T0C se juega con una moneda marcada con **0** ó **1** por cara. El lanzamiento de la moneda determina el camino a seguir hasta la última fila donde aparece las letras: **I** y **P**, que representan *Infierno* o *Paraíso*. Gana el juego el niño que llega al Paraíso. Los signos musicales a la derecha representan: la redonda, la blanca, la negra, la corchea, la semicorchea, la fusa y la semifusa cuya relación se asemeja al teselado de Payi.

Árbol Binario para 1. El grafo que resulta de unir cada número por encima de **1** con segmentos de recta se llama árbol binario para **1**. Un árbol similar se puede levantar por encima de **0**. Usando los dos árboles se puede construir el conjunto de todos los números reales como expansiones en base 2. Cada número en el grafo corresponde a lo que se conoce como un **nodo** y cada segmento representa un lado o arista del grafo o rama del árbol.