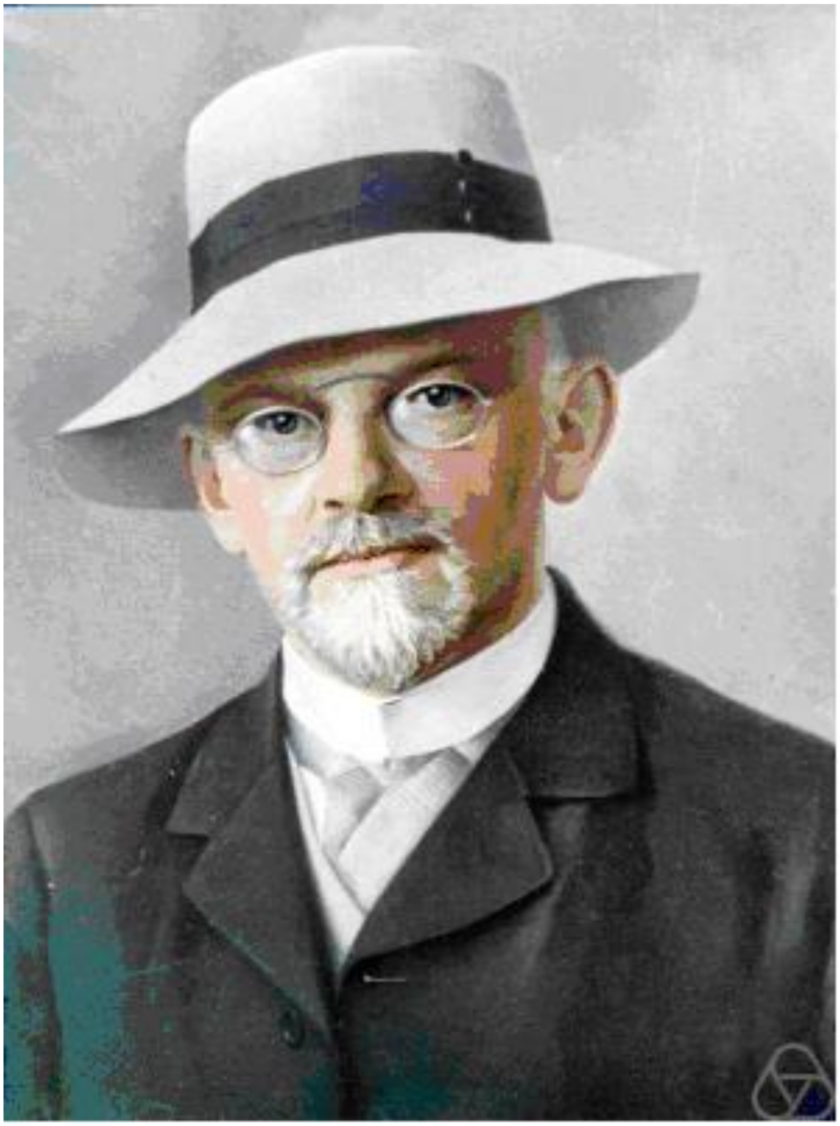
DAVID HILBERT Y SU ESCUELA[1]

Diego Pareja Heredia. ***Universidad del Quindío***



DAVID HILBERT, alrededor de 1912.

Foto tomada de la página Web del *OberwolfachMathematical Institute:* *http://www.mfo.de/*

[1] **Este artículo fue originalmente publicado en "MATEMÁTICA - ENSEÑANZA UNIVERSITARIA" No. 7. Agosto, 1978. Ha sido puesto al día por el autor en Mayo de 2007.**

DAVID HILBERT Y SU ESCUELA

Diego Pareja Heredia. ***Universidad del Quindío.***

El año pasado celebramos el bicentenario del nacimiento de Carl F. Gauss y por ende del despuntar de lo que podríamos llamar la constelación matemática alemana, cuya estrella más brillante vino a ser David Hilbert.

La aparición de tantos y tan aquilatados valores matemáticos, no se dio espontáneamente, sino, en gran medida fue consecuencia del impulso dado a la educación por una floreciente clase industrial y comercial cuyo principal asiento estaba en la antigua Prusia. Después de su derrota a manos de los franceses, el rey Federico Guillermo III se propuso crear a partir de 1.807 una nación cuyo fuerte fundamental estuviera en la cultura básica de sus gentes. A Guillermo Barón de Humbolt (hermano de Alejandro, el científico viajero que visitó nuestras tierras el siglo pasado) se le encomendó la tarea, de efectuar las reformas pertinentes desde el Ministerio de Educación. Se instituyó un sistema nacional de educación primaria, secundaria y escuelas normales. Se destaca el hecho sin precedentes que, en el currículo de los gimnasios aparecían 6 horas semanales de matemáticas a lo largo de los 10 años que duraba tal ciclo educativo. Por esta época se crearon las universidades de Berlín (1.809) y de Bonn (1.818).

Carl Jacobi, Lejeune Dirichlet, Hermann Grassmann, Ernst Kummer, Karl Weierstrass, fueron los primeros frutos de la nueva era. Discípulos, ó bajo la influencia de los anteriores surgieron Heine, Kronecker, Riemann, Dedekind, Hankel, Cantor. La nómina viene a completarse con Klein, Frege, Lindemann, Hilbert, Hausdorff y Zermelo, entre los más conocidos.

La Universidad de Gotinga fundada en 1.734 llegó a convertirse a fines del siglo XIX en un centro científico reconocido internacionalmente. Felix Klein, había continuado la tradición iniciada por Gauss, de mantener de Gotinga un cuerpo docente siempre creativo y abierto a nuevas ideas. Desde la aparición de su "*Programa de Erlangen*" (1.872) en el cual enfoca las geometrías según el grupo de transformaciones en que se sustentan, Felix Klein ya estaba catalogado como un matemático famoso. Su prestigio había traspasado las fronteras patrias como lo muestra el ofrecimiento que le hizo en 1.883 la Universidad Johns Hopkins, de Estados Unidos, para suceder en la cátedra al no menos famoso matemático inglés James Joseph Silvester (1814-1897).

Felix Klein (1849-1925)

Felix Klein fue la persona que llevó a David Hilbert a Gotinga. En aquella época llegar a ser profesor universitario era un altísimo honor, al que sólo se llegaba, después de haber hecho méritos para ello. En 1.895 cuando Hilbert se vinculó a la Universidad de Gotinga era ya famoso internacionalmente por sus trabajos sobre la teoría de invariantes iniciada por Arthur Cayley, medio siglo antes y continuada por Kronecker y Paul Gordan (conocido como el “rey de los invariantes”). Hilbert había resuelto un problema establecido por Gordan con respecto a si era o no posible hallar una base finita para expresar racionalmente todos los invariantes de un sistema, en términos de los elementos de la base. El método usado por Hilbert era en si, tan novedoso, que Gordan no podía aceptarlo como correcto, y afirmaba que la argumentación de Hilbert no era matemáticas, si no teología.

La ventaja de ser profesor titular de la Universidad de Gotinga daba a Hilbert, libertad para escoger los cursos a dictar cada semestre. Fue entonces cuando decidió reivindicar las teorías de Cantor en relación con los cardinales transfinitos, las cuales en esa época eran consideradas como un tabú en algunos círculos matemáticos alemanes, en gran parte, debido a los ataques excesivamente fuertes de Kronecker a los sorprendentes descubrimientos hechos por Cantor. Kronecker fue considerado como autoridad en matemáticas, aunque no aceptaba como riguroso sino aquello que era susceptible de construirse. Hilbert de otra parte era de la opinión de que si uno puede probar que los atributos asignados a un concepto nunca llevan a una contradicción, entonces, la existencia matemática del concepto quedaba garantizada.

Las líneas filosóficas seguidas por Kronecker y Hilbert pueden encuadrarse en lo que vendría a ser con el tiempo, el intuicionismo y el formalismo, respectivamente, cuyos mayores propulsores en este siglo fueron L. E. J. Brouwer (1.881–1966) y David Hilbert.

Los aportes de Hilbert a la Teoría de Números no se hicieron esperar. En 1.897 apareció su obra “Zahlbericht” en la que describe los últimos avances en teoría de números hasta esa época, como también sus aportes personales al tema, entre los que se destaca la generalización de la ley de reciprocidad cuadrática a cuerpos algebraicos. Al estudiar la ley clásica de la reciprocidad cuadrática de Gauss, Hilbert fue capaz de reestablecerla en forma simple y elegante, la cual también se aplicaba a cuerpos numéricos algebraicos e iniciaba así una teoría que llegaría a conocerse como *Teoría de Cuerpos de Clase*.

En el invierno de 1.898-1899 los intereses investigativos de Hilbert cambiaron abruptamente de teoría de números a geometría. En este terreno, al igual que en teoría de números, su huella quedó impresa con caracteres imborrables.

A pesar de que la Geometría Euclidiana fue considerada como una estructura sumamente sólida por muchos siglos, en el siglo XIX se vino a establecer que podían existir otras geometrías distintas a la Euclidiana pero tan consistentes como ésta y de paso se demostró plenamente que el quinto postulado de Euclides no podía deducirse de los otros axiomas. La obra de Moritz Pasch y Giuseppe Peano condujo a la conclusión de que la geometría podía llevarse a un puro ejercicio de sintaxis lógica. La versión de Peano de la geometría era completamente abstracta y se reducía a un cálculo de relaciones entre variables. La idea de Hilbert fue entonces presentar la geometría desde un punto de vista más moderno y con mayor claridad que lo que habían hecho Pasch y Peano.

Hilbert comenzó tomando tres sistemas de cosas: puntos, rectas y planos. Estas cosas tendrían entre sí relaciones mutuas, como la interestancia, congruencia, paralelismo, etc. Los objetos primitivos de los sistemas iniciales podían sustituirse por cualquier otro tipo de objetos siempre que se siguieran satisfaciendo las relaciones primitivas. En sus clases proponía establecer un conjunto completo de axiomas independientes, por medio de los cuales fuera posible demostrar todas las proposiciones de la geometría tradicional usando un mínimo de simbolismo. Con sus notas de clase llegó a conformar lo que en palabras de Henri Poincaré sería un clásico de la geometría, su obra: “Fundamentos de Geometría”.

Al comienzo de su obra exige que sus axiomas satisfagan las siguientes propiedades:

Completitud: Todos los teoremas pueden derivarse de ellos.
Independencia: El excluir uno de ellos haría imposible demostrar por lo menos un teorema.
Consistencia: Teoremas contradictorios no pueden ser derivados de estos axiomas.

Usando la geometría analítica mostró que cualquier contradicción que pudiera aparecer en la geometría euclidiana, debía también aparecer como una contradicción en la aritmética de los números reales y así tanto la geometría euclidiana como las geometrías no euclidianas eran al menos tan consistentes como la aritmética de los números reales, la cual era universalmente aceptada por los matemáticos.

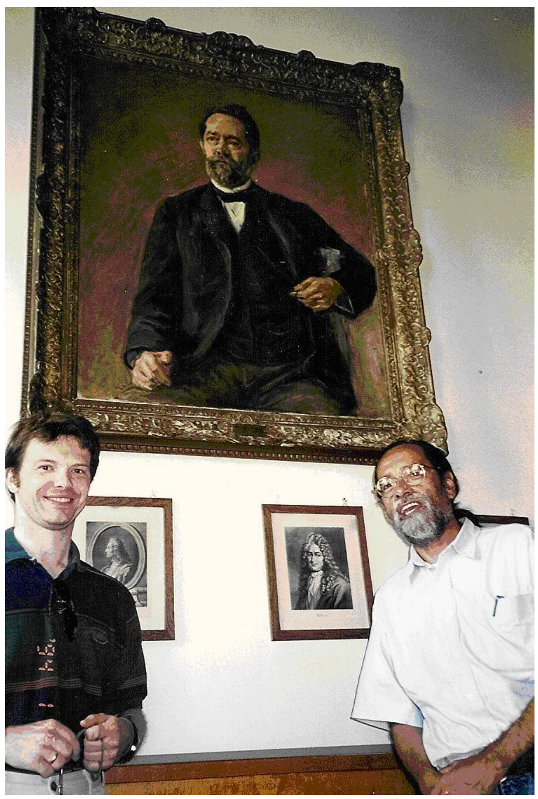
Su polifacético interés se desvió en las postrimerías del siglo, hacia un problema conocido como *Principio de Dirichlet*, el cual fue usado por Gauss, Riemann y el propio Dirichlet hasta que Weierstrass lo cuestionó al probar que éste, en general, no era válido. La gran utilidad del mismo principio hacía que en física se usara con mucha frecuencia y de aquí partió la iniciativa de reformarlo sobre bases más firmes. Cincuenta años después de que Riemann lo usara en su disertación de grado, Hilbert, en lo que él llamó la "resurrección" del Principio de Dirichlet, presentó a la Sociedad Matemática Alemana, la fundamentación rigurosa del principio y las limitaciones que debían hacerse a sus hipótesis para dejar sin piso las objeciones de Weierstrass. De esta manera el principio de Dirichlet obtuvo su carta de naturaleza en la escuela matemática de Gotinga con todos los derechos que eso implicaba. El físico Walter Ritz, estimulado por Hilbert, inventó, en base al rehabilitado principio, un método poderoso para resolver numéricamente problemas de valores de frontera por medio de ecuaciones diferenciales parciales, método que justamente en nuestro tiempo se ha convertido en una herramienta utilísima a través del computador.

El nuevo siglo encontró a Hilbert enseñando y aportando ideas nuevas en el cálculo de variaciones, una rama del análisis que tiene que ver con problemas de valores extremos relativos a familias de funciones. Un problema de esta teoría fue propuesto por Johann Bernoulli y consiste en hallar la curva sobre la cual una partícula desciende de un punto a otro en el menor tiempo posible.

Max Von Laue quien asistió al curso de Cálculo de Variaciones y a quien después se le otorgó el premio Nobel en Física, decía de Hilbert en aquella época: "Este hombre vive en mi memoria como el más grande genio que mis ojos hayan podido ver".

Esta época de la vida de Hilbert fue más variada en cuanto a sus aportes científicos. Además del cálculo de variaciones trabajó en geometría y en *Fundamentos de las Matemáticas*. En relación con esto último introdujo el último método axiomático para sustituir el método genético usual, en el tratamiento de los números reales. Cuando se encontraba en la cúspide de su productividad intelectual le llegó la invitación para pronunciar uno de los principales discursos en el *Congreso Internacional de Matemáticos* que se celebraría en París en el verano de 1.900.

El tema de su discurso fue propuesto por su queridísimo amigo Hermann Minkowski, quien sugirió analizar los problemas, sobre los cuales, los matemáticos del siglo que se iniciaba, tendrían que trabajar. "Con este tema", afirmaba Minkowski, "tendrá a mucha gente hablando de su discurso por muchas década por venir". La historia ha confirmado lo dicho por Minkowski, al menos, hasta lo que va corrido de éste siglo: pues los veintitrés problemas contenidos en su discurso han dado tema para muchas matemáticas. No hace mucho (Mayo 1.974), se realizó un simposio en Dekalb, Illinois dirigido a analizar los desenvolvimientos matemáticos derivados de los 23 problemas de Hilbert. Como consecuencia de este simposio la American Mathematical Society publicó en 1.976 dos volúmenes cuyo contenido, da una idea general del alcance de las nuevas teorías originadas directa o indirectamente en el proceso de resolver o tratar de resolver estos problemas. Un hermoso ejemplo es la teoría de funciones recursivas, nacida en la lucha por resolver el décimo problema de Hilbert, relacionada con la búsqueda de un algoritmo mediante el cual se determine, si una ecuación diofantina tiene o no solución. Este problema, cuya solución fue negativa (no existe tal algoritmo), fue resuelto finalmente por Yuri Matyasevich en 1.970, basándose en la teoría de funciones recursivas, desarrollada entre otros por, Hilary Putnam, Julia Robinson y Martin Davis.



El autor y Kurt Eide en una de las aulas donde, Klein y Hilbert dictaron sus clases magistrales, en el Instituto de matemáticas de la Universidad de Gotinga. En el centro un retrato de Felix Klein. Abajo los retratos de Jakob y Johann Bernoulli, ancestros intelectuales de Klein y Hilbert.

"¿Quien de nosotros no se sentiría feliz al correr el velo detrás del cual permanece oculto el porvenir, y echar una mirada a los futuros avances de la ciencia y a los secretos de su desenvolvimiento en las centurias venideras?". Así comenzó el discurso Hilbert, ante una concurrencia de matemáticos de diferentes países que se dieron cita en París, donde por ésta época, se celebraba una exhibición ferial. Aunque los problemas expuestos no eran de su invención, Hilbert quería, sintetizar en ellos en forma consistente, aquello, que en su opinión tenía suficiente mérito para que las nuevas generaciones concentraran su empeño en buscar soluciones, hasta esa época, no logradas.

Entre los problemas propuestos (dados en el orden de su discurso) se podrían destacar:

1 – La *Hipótesis del Continuo*, o problema de Cantor del número cardinal del continuo.
La hipótesis del continuo afirma que, cualquier subconjunto de números reales puede ponerse en correspondencia biunívoca o con los números naturales, o, con todo el conjunto de los números reales. Esto intuitivamente significa que si $\aleph_0$ es el cardinal de los naturales, el siguiente cardinal tiene que ser el cardinal del continuo, o para Hilbert, el cardinal de los números reales.

Herman Minkowski (1864-1909)

2 – Investigar la consistencia de los axiomas de la aritmética de los números reales.

7 – Establecer la trascendencia, o al menos, la irracionalidad de ciertos números.

8 – La *hipótesis de Riemann*, que afirma que la función *zeta*

$$\zeta(s) = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \dots$$

tiene sus ceros no triviales en la recta $x = \frac{1}{2}$.

10 – Hallar un algoritmo para decidir si, una ecuación diofantina tiene, o no, solución.

13 – Mostrar la imposibilidad de resolver en general la ecuación de séptimo grado por medio de funciones de solamente dos argumentos.

“La unidad orgánica de las matemáticas”, terminaba diciendo Hilbert, “es inherente a su propia naturaleza, ya que, ella es la fundamentación de todo el conocimiento científico de los fenómenos naturales. ¡Que las matemáticas cumplan esta elevada misión y que el nuevo siglo traiga connotados maestros de las matemáticas, así como, celosos y entusiastas discípulos!”.

Al despuntar el nuevo siglo, Hilbert estaba considerado como verdadero valor en el conocimiento amplio y profundo de las matemáticas, solamente superado por Henri Poincaré, quien al igual que él, había visitado casi todos los terrenos de la ciencia, dejando a su paso invaluables aportes.

Su apegó a Gotinga fue inmenso y no hubo ofertas de otras universidades que él no rechazara. Leipzig le ofreció la cátedra de Sophus Lie, mientras que, Berlín lo invitó a suceder a Lazarus Fuchs: en ambos casos prefirió declinar tan honorosas distinciones. Su entusiasmo ahora, estaba en las ecuaciones integrales y en la teoría potencial. Dos grandes figuras de las matemáticas fueron sus alumnos y colaboradores de esta época: Erhard Schmidt y el griego Constantin Caratheodory. Fue también por esta época que el gobierno alemán le otorgó el título nobiliario de “*Geheimrat*”, equivalente más o menos al de caballero, en la tradición inglesa. Diferentes academias europeas lo honraron acogiéndolo como a uno de sus miembros honorarios.

El comienzo del siglo trajo a los matemáticos sorpresas desagradables. Cuando Gottlob Frege tenía el manuscrito sobre “Los Fundamentos de la Aritmética”, listo para la imprenta, el en aquel entonces, joven lógico inglés Bertrand Russell (1872-1970), había expuesto una paradoja, la cual tuvo catastrófico efecto en los fundamentos de las matemáticas. La misma paradoja fue propuesta simultánea, pero independientemente por Ernest Zermelo a Hilbert. La paradoja tiene que ver con los conjuntos que no son miembros de sí mismos; por ejemplo el conjunto de todos los conjuntos que tienen más de tres elementos, es un miembro de sí mismo por tener más de tres elementos, mientras que el conjunto de todos los números naturales no es un miembro de sí mismo, puesto que no es un número.

Zermelo y Russell descubrieron que el conjunto formado por los conjuntos que no son miembros de sí mismos, tiene la extraña propiedad de que, es miembro de sí mismo, si y sólo si, no es miembro de sí mismo. Semejante antinomia bajó la moral no sólo a Hilbert, sino a Frege y a Dedekind, quienes optaron por dejar el campo de la teoría de conjuntos. Fue entonces, cuando Hilbert propuso por primera vez en la historia de las matemáticas, la necesidad de hacer a la prueba misma un objeto de investigación matemática.

Gotinga había cobrado tanta fama en matemáticas que los estudiantes se agolpaban en las aulas donde Hilbert disertaba en su especialidad de turno, con el ánimo de palpar el virtuosismo del maestro en el manejo de las matemáticas, como herramienta en la solución de gran variedad de problemas. Él, a menudo decía: “La formulación perfecta de un problema es la mitad del camino hacia su solución”.

En 1.905 su obra matemática alcanzó la máxima altura al introducir los espacios infinito-dimensionales, conocidos luego universalmente como, espacios de Hilbert. Simultáneamente con sus estudios y seminarios de lo que él llamó *Teoría Espectral*, mantuvo un curso de cálculo para estudiantes de primer año a través del cual introdujo resultados avanzados y trabajos recientes en el tema.

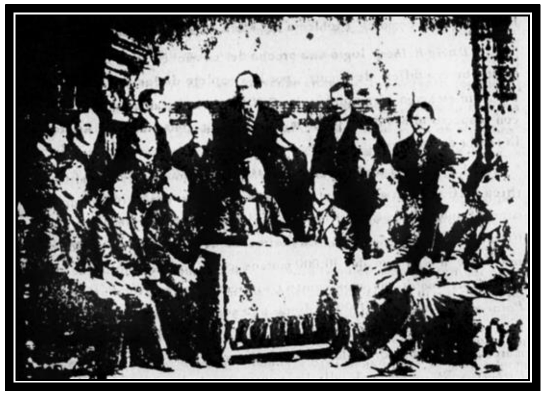
La teoría de números era, para Minkowski como para Hilbert, la más maravillosa creación de la mente humana y fácilmente Hilbert, retornaba a esta disciplina, cada vez que, algo importante se le ocurría. Edmund Waring había conjeturado que todo entero positivo podía representarse como la suma de cuatro cuadrados, nueve cubos, diecinueve cuartas potencias, etc. Este enunciado pasó a la historia de las matemáticas como: el *Problema de Waring*. David Hilbert logró una prueba de este problema en 1908. Aunque la prueba era difícil de seguir, por lo complejo de las teorías expuestas, en opinión de G. H. Hardy, el trabajo de Hilbert con respecto al histórico problema de Waring constituyó un hito en la teoría de números.

En 1.907 el profesor *Paul Wolfskehl* legó a la Sociedad Científica de Gotinga un capital de cien mil marcos con el objeto de premiar a la persona que por primera vez diera una prueba completa del Último Teorema de Fermat. Los intereses de esta suma (reducida actualmente a algo más de 10.000 marcos como consecuencia de la gran depresión de los años veinte) sirvieron para invitar a Henri Poincaré en abril de 1.909 a dictar una serie de conferencias en la Universidad, sobre ecuaciones integrales. En aquel tiempo el mundo matemático era considerado como un elipsoide en cuyos focos estaban Hilbert y Poincaré y de allí la importancia de la visita del matemático francés a Gotinga.

Por el círculo científico de Hilbert pasaron buena parte de los más valiosos valores de la ciencia del presente siglo. Hermann Minkowski, Edmund Landau, Carl Runge, Max Born, Hermann Weyl, los hermanos, Niels y Harald Bohr, Theodore Von Kármán, Ernst Zermelo, Erwin Schrödinger, Ernst Hellinger, Richard. Courant, John Von Neumann, Pavel Sergeevich. Alexandroff y George David Birkhoff estuvieron ligados a Hilbert y a su escuela por largos años.

La Academia Húngara de Ciencias otorgó el premio Bolyai a Hilbert, como reconocimiento a la profundidad de su pensamiento matemático, a la originalidad de sus métodos y al rigor lógico de sus demostraciones, todo lo cual ha ejercido considerable influencia en el desarrollo de la ciencia. A Poincaré correspondió en 1.910 hacer entrega del mencionado galardón a David Hilbert.

Los trabajos de Hilbert sobre ecuaciones integrales de la física, lo llevaron al estudio de la física, abriendo así una brecha que ligaría a las Matemáticas con la Física. Con esta relación saldrían beneficiadas ambas ciencias.



Club de Matemáticos de Gotinga, 1902. En la primera fila aparecen, de izquierda a derecha: Abraham, Schilling, Hilbert, Klein, Schwarschild, Sra.Young, Zermelo. En la segunda fila: Fanla, Hansen, Muller, Dawney, Schmidt, Yoshive, Epsteen, Bernstein; En la tercera fila: Blumenthal, Hamel, H. Muller.

Cuando Hilbert se introdujo en los terrenos de la física, decía en son de broma "La física es demasiado dura para los físicos. Ya que hemos reformado las matemáticas, hagamos lo mismo con la física". Usando el método axiomático y su teoría de ecuaciones integrales estructuró la teoría cinética de los gases, teoría que vendría a convertirse en herramienta matemática, aceptable y útil.

Sus deseos de hacer aportes a la física lo obligaron a ponerse al día, en cuanto al desarrollo moderno de la misma, se refiere. Arnold Sommerfeld ayudó a Hilbert, enviándole como asistente a Paul Ewald, conocido en los medios de Gotinga como el "Tutor de Hilbert en Física" y posteriormente a A. Landé. Ellos le ayudaron a extractar los resultados más destacados de la literatura relativa a la Física Moderna.

Sus trabajos sobre la radiación y la teoría molecular de la materia nunca fueron publicados. En estos trabajos proponía el método axiomático para dar estructura científica a la radiación y a la teoría molecular. Los intereses del premio Wolfskehl se utilizaron en 1.910 para invitar a Gotinga al celebre físico H. A. Lorentz a exponer sobre relatividad y radiación, en 1.913 para patrocinar una semana de conferencias sobre teoría cinética de la materia, y en 1.914 para contratar a Alfred Haar y a Peter Debye como profesores visitantes. Haar pasó a la historia de las matemáticas, por la llamada transformada de Haar, que se usa en teoría de *wavelets* y Debye ya ocupa sitial de honor en la ciencia al ser laureado con el *Premio Nobel* de química en 1936.

Cuando se le preguntaba a Hilbert por qué no probada el Último Teorema de Fermat y ganaba el *Premio Woflskehl*, decía; "¿Por qué tendría yo que sacrificar a la gallina de los huevos de oro?"

No todo tenía que ser gloria en Gotinga. A fines del año 14 la I Guerra Mundial sacudió los claustros académicos y Hilbert fue tácticamente considerado como un traidor a la patria por negarse a firmar una carta (Einstein también se abstuvo de firmarla) en la cual se apoyaba la actitud bélica del Kaiser en relación con la primera conflagración mundial.

La guerra se llevó el nutriente joven de la escuela de Hilbert. Klein, aquejado por los años, debió ceder el paso a Constantin Caratheodory, un ex discípulo de Hilbert. No obstante, Hilbert siguió en su empeño de aportar algo al desenvolvimiento de la Física. Su artículo "Fundamentos de la Física" fue presentado a la Sociedad Cinética de Gotinga en Noviembre de 1915, casi simultáneamente con los trabajos de Einstein sobre teoría general de la Relatividad, en los cuales se resolvían problemas análogos a los resueltos por Hilbert en su artículo. Esta simultaneidad no fue causa de rivalidad, sino por el contrario, dio origen a un intercambio de visitas y cartas amistosas entre los dos grandes de la ciencia alemana.

La hija del destacado matemático Max Noether entró en escena por este tiempo en Gotinga. Emma Noether, exdiscípula de Gordan y de su padre, ya tenía en su haber una docena de artículos sobre Algebra y aunque no sobresalía como Sonya Kowalevskaya por su belleza, si, la superaría con creces, en su producción matemática. La lucha que emprendió Hilbert para habilitar a Emma Noether como docente en la Universidad fue árdua. Para muchos era inconcebible que una mujer desempeñara tal cargo. Hasta que fue admitida, Hilbert anunciaba sus cursos y ponía a Emmy Noether a dictarlos.

Emmy Noether (1882-1935)

Durante la guerra Hilbert se lamentaba de la carencia de revistas científicas extranjeras. El aislamiento científico lo desesperaba; para él, la guerra era algo sin sentido y su internacionalismo científico le creó en varias ocasiones problemas con el régimen. Al enterarse de la muerte de Gaston Darboux, el gran matemático francés, escribió una memoria elogiosa en reconocimiento a su labor matemática y a su positiva influencia en desenvolvimiento de la ciencia en Francia. Cuando su artículo apareció publicado, una horda de estudiantes azuzados por mentes fascistas apareció gritando epítetos hirientes contra Hilbert, por lo que ellos sostenían, era una apología de un matemático enemigo. Al ser presionado por los manifestantes, para que se retractara y mandara recoger la edición, Hilbert se dirigió al Rector de la Universidad y le manifestó de que si no recibía un desagravio oficial por la afrenta que se le había hecho, se retiraría de la universidad. El desagravio se hizo y la memoria siguió en prensa, Hilbert escribió otras tres memorias elegíacas como tributo a Weierstrass, a Minkowski y a Hurwitz.

La primera guerra mundial terminó y Hilbert, vio despuntar otra guerra. Pero ésta tenía un cariz muy distinto. Brouwer había desafiado la creencia general de que las leyes de la lógica clásica tienen una validez absoluta, independientemente de los tópicos a los cuales se aplica. Brouwer, no era un advenedizo en matemáticas. En 1.911 mostró que la dimensión de un espacio euclídeo es un invariante topológico y también en la misma área ya había demostrado el *teorema del punto fijo*, que lleva su nombre. Sin embargo, sus teorías desconcertaron a muchos, muy especialmente a David Hilbert, quien veía con desconcierto cómo Brouwer se obstinaba en no aceptar en general, el principio lógico del tercero excluido. Desde los tiempos de Aristóteles se aceptaba sin cuestionamiento que, para cualquier enunciado p, se tiene: o p es verdadero, o su negación es verdadera, sin existir tercera alternativa. Brouwer, insistía en que, existía una tercera posibilidad, que no podía descartarse. p, podría no ser, ni verdadera, ni falsa. Muchos teoremas matemáticos se prueban mostrando que, la negación de la tesis del mismo, conduce a una contradicción y como consecuencia de esto el teorema queda probado. La existencia, como presumía Brouwer, de una tercera alternativa, dejaba sin piso, un método que por milenios, fue arma fundamental en el ataque de infinidad de problemas. En razón a esto Hilbert decía: “Privar a las matemáticas del *principio del tercero excluido,* es como prohibir al boxeador que en sus peleas, use los puños”.

Al volver Hilbert a los fundamentos de las matemáticas, tenía entre sus proyectos, la clarificación de los siguientes problemas:

i) La solubilidad, en principio, de cada problema matemático.

ii) Encontrar una simplificación estándar para cada prueba matemática.

iii) La relación entre contenido y formalismo en matemáticas.

iv) El problema de la decidibilidad de cada enunciado matemático mediante un proceso de un número finito de pasos.

Los cuatro puntos expuestos son materia de gran interés, no sólo matemático, sino también, filosófico; como se desprende de los trabajos memorables desarrollados por Kurt Gödel en lógica matemática, en los años de 1930.

Hilbert se sentía deprimido al ver que el *Intuicionismo*, la escuela filosófica liderada por Brouwer, ganaba más y más adeptos, entre ellos a su brillante ex discípulo Hermann

Weyl. Al no poder construirse, usando algoritmos finitos, ciertos entes matemáticos, la existencia de éstos, era cuestionada por los intuicionistas. El concepto de número irracional, el de función, los cardinales transfinitos de Cantor, el teorema de que en todo conjunto infinito de números naturales existe un mínimo, eran puestos en tela de juicio. Ante estas dificultades, propuso formalizar las matemáticas en un sistema, en el cual, los objetos del sistema (los teoremas y pruebas) fueran expresados en el lenguaje de la lógica simbólica, como proposiciones que tuvieran una estructura lógica pero no contenido. La consistencia del sistema formal, en este caso las matemáticas, podría entonces establecerse, usando lo que Hilbert llamó métodos finitistas. En esta forma Hilbert, de una vez por todas, creyó haber logrado zanjar las tremendas dificultades de la crisis de los *fundamentos de las matemáticas*.

William Feller, Kurt O. Friendrichs, Hans Lewy, Otto Neugebauer y Franz Rellich, eran las nuevas promesas en Gotinga. Richard Courant, nombrado como el sucesor de Klein, llevaría a la realidad el sueño de este último, de construir un *Instituto* donde los matemáticos tuvieran su albergue y su foro. Courant, después de haber servido en el frente de batalla, dedicó todo su esfuerzo a mantener la creatividad, de la cual se ufanaba Gotinga. Los nexos amistosos con el doctor Ferdinand Springer, propietario de la famosa editorial que lleva su nombre, dieron a Courant la posibilidad de iniciar una nueva era en la literatura matemática. El *Mathematische Annalen*, sostenido por Springer, en la peor época de la depresión, da una idea de la colaboración de Ferdinand Springer al mantenimiento de la actividad matemática.

La biblioteca (*Lesezimmer*) era el corazón del Instituto de Matemáticas. Allí estudiantes y profesores se nutrían de las nuevas ideas científicas. B. L. Van der Waerden, quien por recomendación de Brouwer, había venido a Gotinga, era un asiduo visitante del Lesezimmer. “Aprendí más en semanas o meses en el Lesezimmer que lo que estudiantes logran, asistiendo al salón de clase en años y años”, afirmaba.

Richard Courant (1888-1972)

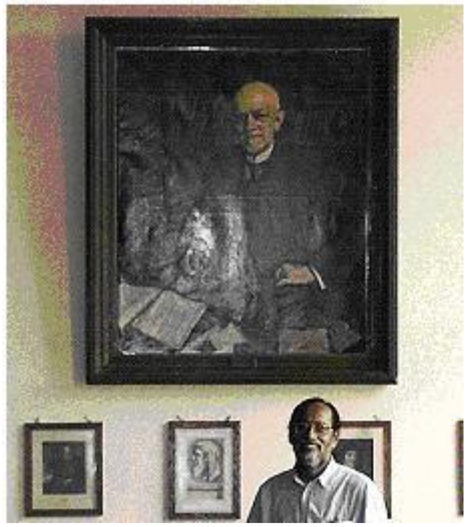
Entrada al Instituto de Matemáticas de Gotinga

Harald Bohr, Godfrey Harold Hardy, Carl Ludwig Siegel y Norbert Wiener, visitaban el Instituto en los años 20. Uno de los polos matemáticos más fértiles en el Instituto estaba centrado alrededor de Emmy Noether. Sus estudios en *invariantes diferenciales*, según Alexandroff, ya le garantizaban una reputación de matemática de primera clase. Van der Warden, Emil Artin y Pavel Alexandroff, se contaron entre sus más destacados alumnos.

Paul Bernays y John Von Neumann fueron los asistentes de Hilbert a mediados de los años 20. Bernays trabajando por los lados de la lógica y Von Neumann en Física y en Teoría de la prueba. John Von Newmann vendría a ser considerado posteriormente como el padre de la Teoría de Juegos y el asesor clave en el proyecto de Los Alamos que desembocó en la creación de la primera bomba atómica.

El ocaso de una época floreciente se observó en Gotinga a la muerte del gran Felix Klein en Junio de 1.925. Con Richard Courant como el director del Instituto, Gotinga tendría otra corta temporada de resplandor matemático. La aparición de la obra "Métodos de la Física Matemática" de Courant y Hilbert, marco un hito en la historia de las *matemáticas aplicadas.* La última publicación de Hilbert en física fue una colaboración con Lothar Nordheim y John Von Neumann sobre los fundamentos de la mecánica cuántica.

La rivalidad entre Hilbert y Brouwer se había hecho particularmente agria, sobre todo por parte de Brouwer, quien se había vuelto un fanático en la defensa de su causa. Consideraba a Hilbert como a un enemigo y en asocio de Ludwig Bieberbach trataba por todos los medios de que los matemáticos alemanes boicotearan el Congreso Internacional de Bologna a realizarse en 1.928. Hilbert, de otra parte, era opuesto a esta posición sectaria y fue así como, encabezando una delegación de 67 matemáticos alemanes se presentó al Congreso, donde su presencia fue calurosamente acogida. "Todas las limitaciones", afirmó en esa ocasión, "especialmente las nacionales, son ajenas a la naturaleza misma de las matemáticas. Es un completo malentendimiento de nuestra ciencia, la creación de diferencias de acuerdo a gentes y razas. Las matemáticas no conocen razas. Para las matemáticas, el mundo cultural es un solo país", terminaba diciendo.



Diego Pareja Heredia al pie del retrato de David Hilbert en un aula del Instituto de Matemáticas de la Universidad de Gotinga.

Al acercarse a una respetable ancianidad, los honores de que fuera objeto se multiplicaron. Königsberg, su tierra natal, exaltó su prestancia, al nombrarlo ciudadano de honor, y al igual que Emmanuel Kant, el gran filósofo, y el matemático Carl Gustav Jacobi, fue considerado como hijo epónimo de Königsberg. La ciudad de Gotinga bautizó una de sus calles como “Hilbert Strasse”. Springer-Verlag ofreció como homenaje a su septuagésimo cumpleaños, el primer volumen de sus “Obras Completas”. La organización, corrección y montaje de este primer volumen, corrió a cargo de Olga Tausski, quien por años y años fue una figura destacadísima en el campo de las matemáticas. Actualmente forma parte del Comité Editorial del “Bulletin” de la American Mathematical Society, junto a, Paul R. Halmos y H. F. Weinberger.

El virus del nazismo se propagaba en toda Alemania, al comienzo de los años 30. La persecución implacable a los no arios dio al traste con lo mejor que tenía Gotinga. Courant, Landau, Emmy Noether, Bernays, Born, Franck, fueron destituidos o amenazados. La mayor parte de ellos encontraría asilo en Estados Unidos. Otto Neugebauer, nombrado como Director del Instituto, ocupó la honrosa posición por un solo día, al haberse negado a firmar una declaración de lealtad al régimen. Neugebauer posteriormente pasó a ser profesor de la Universidad de Yale y se hizo famoso por sus trabajos en Historia de la Matemática, especialmente en lo que concierne a la interpretación de la obra matemática de los babilonios.

Hilbert quedó casi sólo en Gotinga. El ocaso de una gran época lo precipitaron bruscamente Hitler y sus secuaces. Franz Rellich, quien posteriormente ocupó la dirección del Instituto fue uno de los pocos matemáticos que acompaño a Hilbert en sus últimos años. La gran labor orientadora y docente de este gran maestro llegaba a su fin con Kurt Schutte, el sexagésimo nono graduado bajo su dirección. El primero fue Otto Blumenthal.

Una vida iniciada, en la hoy inexistente ciudad de Königsberg[2], el 23 de Enero de 1.862, llegó a su fin en Gotinga el 14 de Febrero de 1.943. David Hilbert había muerto y con él una de las escuelas más prominentes y fecundadas en producción matemática de todos los tiempos. A lo largo de su vida, orientó e infundió confianza a varias generaciones de matemáticos. Aunque hace años de su desaparición, su nombre vive en todos los matemáticos que consideran que siempre habrá problemas para los cuales las matemáticas aportarán soluciones. Su vida es un ejemplo de dedicación y celo para con su ciencia. Sin lugar a dudas, Hilbert fue el matemático de mayor estatura de su tiempo y quien más ha influido directa o indirectamente en el avance de las matemáticas durante el siglo XX.

BIBLIOGRAFIA

Bourbaki, Nicolas. *Elementos de Historia de las Matemáticas*. Alianza Editorial, Madrid, 1.969.

Browder, Felix E., Editor. *Proceedings of Simposia in Pure Mathematics, vol. XXVIII. Mathematical Developments Arising from Hilbert Problems*. A.M.S. Providence, R. I., 1.976

Edwards, Harold M. *Fermat´s Last Theorem*. Springer – Verlag. Berlin, Heidelberg, New York. 1.977.

Gerstell, Marguerite. *Prussian Education and Mathematics*. The American Mathematical Monthly. Vol. 82, Nº 3.

Kennedy, H.C. *The Origins of Modern Axiomatics: Pasch to Peano*. The American Mathematical Monthly. Vol. 79 Nº 2.

Kimberling, Clark H. *Emmy Noether*. The American Mathematical Monthly. Vol. 79 Nº 2.

Reid, Constance. *Hilbert*. Springer – Verlag. Berlin, Heidelbeag, New York, 1.970.

Reid, Constance. *Courant in Göttingen and New York.* Springer – Verlag. Berlin, Heidelbeag, New York, 1.976.

[2] Königsberg resultó muy dañada en la II Guerra Mundial. Hoy la antigua ciudad, lleva el nombre de Kaliningrado y es parte de Rusia.

Ribenboim, Paulo. *13 Lectures on Fermat´s Last Theorem*. Springer – Verlag 1.979. Hay nueva edición de 2007.

Ulam, Stanislaw M. *Adventures of a Mathematician*. Charles Schribners. New York 1.976

DAVID HILBERT. Foto de alrededor de1932. (Fuente: http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Hilbert.html