SOBRE LA HISTORIA DE LA TEORÍA DE PROBABILIDADES[1]

Diego Pareja Heredia. *Universidad del Quindío*

Todo se vende hoy en día, / todo, el dinero lo iguala:

la Corte vende su gala,/la guerra su valentía;

hasta la sabiduría/vende la Universidad:

¡verdad!.

Luís de Góngora y Argote

1. – INTRODUCCIÓN.

No se pretende en esta exposición describir la historia completa del desenvolvimiento de la teoría de probabilidades, ni mostrar en extenso, su contenido y múltiples aplicaciones. Nuestro propósito es más bien, destacar hitos históricos ligados a personajes y obras que a lo largo de centurias han contribuido a configurar un cuerpo teórico de vastas proporciones como lo es actualmente la teoría de probabilidades.

2. – ETAPA PREHISTÓRICA.

Se ha conjeturado que los gérmenes de la teoría de probabilidades que condujeron a los magistrales trabajos de Andrei N. Kolmogórov (1903-1987), de Emil Borel (1871-1956), John von Neumann (1903-1957), Oskar Morgenstern (1902-1976) y Abraham Wald (1902-1950) en el siglo XX, ya existían hace 40.000 años. Parece que en esa época prehistórica los juegos de azar ya eran conocidos, según se desprende del uso que los primitivos daban al hueso, llamado astrágalo, de algunos animales. Más específicamente, el astrágalo del carnero, tiene una gran similitud con un dado, y como tal fue utilizado. El historiador griego Heródoto cuenta que los habitantes de Lydia (una ciudad en Asia Menor, alrededor de 1500 A.C.), durante una hambruna que se prolongó a lo largo de 18 años, disipaban su tedio jugando dados (astrágalo) y bola. Su plan consistía en dedicar alternativamente un día al juego y abstenerse de comer, y un día a comer y desde luego abstenerse de jugar.

El uso del dado en esa época primitiva induce a creer que alguna suerte de teoría de probabilidades fuera conocida. Alusiones a 1as apuestas con dados aparecen en 1a literatura de casi todo el mundo a través del tiempo. La Biblia menciona el hecho, de que los soldados romanos que custodiaban a Cristo en la cruz, se jugaron su manto a los dados. La baraja, es otro juego de azar cuyo origen se pierde en la penumbra del tiempo. La descripción más antigua del número de formas en que pueden caer tres dados aparece en el poema latino *De Vétula*, atribuido a *Ovidio.* Aquí se menciona que hay 6 formas en que los dados muestren el mismo número. Hay 6 x 5 = 30 formas de que dos dados muestren dos números iguales, y uno diferente. Hay 20 formas de que los dados muestren números

[1] Este artículo se publicó inicialmente en la revista MATEMÁTICA-ENSEÑANZA UNIVERSITARIA, No. 14. Marzo, 1980. Editado y puesto al día por el autor en noviembre de 2007.

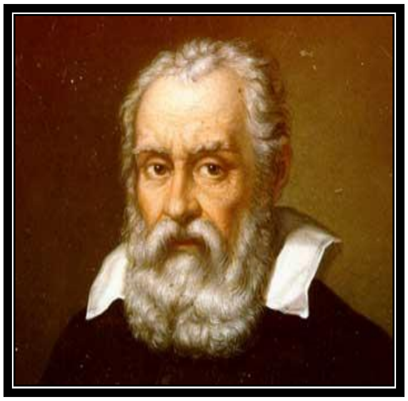
diferente, porque hay 6 x 5 x 4 =120 posibilidades, pero ellas aparecen en grupos de 6, lo que da $\frac{120}{6}$ = 20 formas. Por lo tanto hay 20 + 30 + 6 == 56 resultados distintos para el lanzamiento de tres dados.

La fascinación que ha ejercido lo desconocido es tan grande que el hombre ha inventado innumerables juegos de azar en dónde esparcirse en condiciones ordenadas y sin peligro de su vida. La teoría de probabilidades comenzó con un análisis de los juegos de azar y es ahora una teoría con aplicaciones a las ciencias sociales, a la biología, a la física, a la química, a la economía. etc.

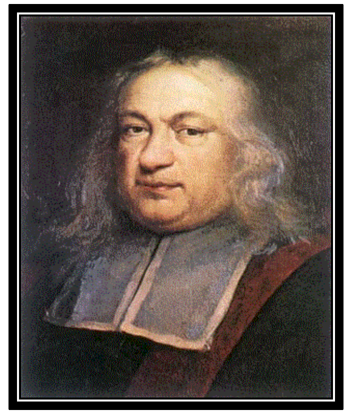
3. – DE LUCA PACIOLI A PIERRE DE FERMAT.

En la obra *Summa* impresa en Italia en 1494 y escrita por el matemático renacentista Luca Pacioli (1445-1514), se plantea el siguiente problema: dos personas *A* y B apuestan a un juego que consta de 6 partidas. Intempestivamente, el juego se interrumpe cuando los resultados parciales son 5 puntos para *A* y 2 para B. ¿Cómo debe repartirse la apuesta entre los jugadores en forma equitativa? Este problema se acostumbra llamar el *Problema de los Puntos.* La respuesta de *Pacioli*, es que la apuesta debe repartirse en proporción de 5 a 2. Esto puede parecer razonable pero realmente no lo es. Supongamos por ejemplo que se necesitaran 16 partidas y los resultados al momento de la interrupción fueran 12 y 15 respectivamente. Si la apuesta se reparte proporcionalmente al número de partidas ganadas, los contendores recibirán casi partes iguales. Esto no parece muy equitativo, si se tiene en cuenta que *A* solo necesita ganar una partida de las cuatro pendientes; mientras que B tiene que ganar las cuatro consecutivas (o sea A deberá perder todas las partidas).

"*Liber de Ludo Aleae"* (Libro de los Juegos de Azar), escrito por **Girolamo Cardano** (1501-1576), alrededor de 1526, trae un problema análogo al de Pacioli. En él, Cardano considera que no son los puntos acumulados, sino los juegos pendientes, los que deben analizarse. En el problema de Pacioli*,* *A* necesita solo 1 punto para llevarse toda la apuesta mientras que *B* necesita 4. Así el resto del juego tiene 5 posibles resultados, *A* puede ganar la 1ª, 2ª, 3ª o cuarta partidas pendientes, o no ganar ninguna. *Cardano* entonces propone dividir la apuesta en la proporción de (1 + 2 + 3 + 4): 1 =10: 1. La razón para esta decisión, como puede verse es bastante oscura.



GALILEO GALILEI
(David Smith Collection)



PIERRE DE FERMAT
(David Smith Collection)

Una obra casi desconocida de *Galileo* es "*Sopra le Scoperte dei Dadi*" (Sobre los descubrimientos en los dados). En ella se describen algunos aspectos del juego de dados y es, al igual que el libro de *Cardano,* un manual para el apostador. *Pierre de Fermat (1601-1665) y* Blas Pascal (1623-1662) son considerados como los creadores de la Teoría de Probabilidades, Ambos, aunque por diferentes medios, resolvieron el problema de Pacioli. La solución de Fermat considera todos los posibles resultados de los cuatro juegos restantes. Si denotamos por *a* y *b* el hecho de que gane A o B respectivamente los resultados serán

aaaa, aaab,…, bbba, bbbb.

Hay en total 16 resultados posibles, 15 de los cuales favorecen a *A.* De aquí concluyó *Fermat* que la forma correcta de repartir la apuesta es en la proporción: 15 a 1. Lo que significa que lo equitativo sería dividir la apuesta en 16 partes y dar 15 partes a A y sólo una a B.

Pascal usó el triángulo que lleva su nombre para resolver el problema de los puntos. Como, A gana siempre que obtenga 1, 2, 3, 4 puntos, y estos pueden obtenerse en: $\left(\binom{4}{1}\right) = 4$, $\left(\binom{4}{2}\right) = 6$, $\left(\binom{4}{3}\right) = 4$, $\left(\binom{4}{4}\right) = 1$, formas respectivamente. Aquí el símbolo $\left(\left(\ \right)\right)$, lo empleamos para los números combinatorios. Se concluye que A tiene 4 + 6 + 4 + 1 alternativas de ganar entre las 16 posibles. En contraste con B que sólo tiene una sola alternativa a su favor. En esta forma fue resuelto definitivamente el problema propuesto 200 años antes por Luca Pacioli.

Fermat no escribió ninguna obra sobre teoría de probabilidades (ni de ninguna otra suerte), sin embargo, la vasta correspondencia cruzada con los matemáticos mas destacados de la época, que constituye verdadero acervo de conocimientos, lo sitúan como padre de la teoría de números y como uno de los creadores de la teoría de probabilidades. Se ha vuelto tradicional atribuir la creación de la teoría de probabilidades a *Pascal y Fermat.* Sin embargo, no podemos olvidar que *Cardano* y *Galileo* habían expuesto previamente temas considerados como probabilísticos. Ni podemos dejar de mencionar aquí a *Christian Huygens* quien en 1657 publicó el compendio titulado "*De Ratiociniis in Aleae Ludo*" (Sobre el Razonamiento en el Juego de Dados). Este trabajo estuvo inspirado en la correspondencia entre Fermat y Pascal y es indudablemente la más importante obra sobre el tema, hasta la aparición póstuma del libro de *Jakob Bernoulli "Ars Conjectandi".*

Aquí uno podría preguntarse por qué la teoría de probabilidades se ha desarrollado tan lentamente, si sabemos, que su inspiración estuvo en los juegos de azar y estos son casi tan antiguos como la raza humana. Una posible causa puede ser, que la mayor parte de las creencias religiosas y éticas han considerado el juego como inmoral, y como consecuencia, sería pecaminoso tomar los juegos de azar como objeto de investigación científica.

4. – DE JAKOB BERNOULLI A CARL F. GAUSS.

Jakob Bernoulli (1654-1705), junto a su hermano *Johann Bernoulli (*1667-1748), se constituyeron en el tronco inicial de la famosa familia suiza de matemáticos. Su obra en el campo de la probabilidad la constituyó "*Ars Conjectandi",* publicada en 1713. Aquí *Bernoulli* prueba con todo rigor la hoy llamada Ley de los Grandes Números de *Bernoulli* que describiremos más adelante. El siguiente ejemplo lo trascribiremos textualmente de *Ars Conjectandi. "S*upongamos que, sin saberlo, en una urna hay 3000 bolas blancas y 2000 negras y tratamos de descubrir su proporción extrayendo una bola tras otra, anotando su color y devolviendo la bola a la urna antes de la siguiente extracción. Anotaremos además la frecuencia con que aparecen las bolas blancas y negras. La pregunta es, ¿independientemente del número de extracciones, digamos 10, 100, 1000, etc.; podría aparecer una razón $\frac{m}{n}$ a la cual se aproximan la proporción entre las bolas blancas y las negras? "

Aquí intuitivamente lo que insinúa *Bernoulli* es que, independientemente del número de extracciones hay una única razón (en este caso 3/2) a la cual tienden las frecuencias necesariamente. Consecuencia de esto, es el hecho de que la probabilidad de escoger una bola blanca de la urna es 3/5 y de escoger una negra es 2/5.

La ley de los grandes números según la versión de *Bernoulli* puede enunciarse así:

Ley de los grandes números. *Sea r un experimento y sea A un suceso asociado a r. Considere n repeticiones independientes de r, sea N_A el número de veces que A ocurre en 1as n repeticiones, y sea* $f_A = \frac{N_A}{n} < 1$ *y sea p(A) = p* (la probabilidad de que A ocurra), la que permanece constante a lo largo de las *n* repeticiones.

Entonces para cada $\varepsilon > 0$, tenemos:

$$P\left[\left|f_A - p\right| \geq \in\right] \leq \frac{p(1-p)}{n \in^2},$$

O lo que es lo mismo

$$P\left[\left|f_A - p\right| < \in\right] \geq 1 - \frac{p(1-p)}{n \in^2},$$

Lo que implica que

$$\lim_{n\to\infty} P\left[\left| f_A - p(A) \right| < \in\right] = 1.$$

El significado intuitivo de las 3 expresiones anteriores es que: la frecuencia relativa f_A *"converge"* a $p(A)$, la probabilidad de que se de el suceso A.

El nombre de *Bernoulli* aparece también ligado a la teoría de probabilidades en la llamada *distribución de Bernoulli (Binomial).* También los resultados de un fenómeno que puede ocurrir en solo dos formas se conocen como *Ensayos de Bernoulli.*

Abraham de Moivre (1667-1754) en su obra "*The Doctrine of Change"* (Doctrina del Azar) introdujo nuevo material a la naciente teoría de probabilidades. A *De Moivre* se le atribuye la integral

$$\int_o^\infty e^{-x^2}\, dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}.$$

Y la fórmula que hoy conocemos como fórmula de Stirling,

$$n! \sim (2\pi n)^{\frac{1}{2}} e^{-n} n^n$$

De gran utilidad en la aproximación de *n!*.

De Moivre concluyó que la distribución binomial puede aproximarse usando la distribución normal, o si se quiere, que el polígono (*Fig.* 1) que resulta de unir los puntos, x = 0, 1, 2. …, *n,* y, $y = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$, se puede aproximar con la curva:

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{x^2/2}.$$

Ésta última se conoce como, curva normal estándar o curva Gaussiana. La gráfica siguiente muestra algunos ejemplos, especialmente, para n=10, 50, 100, p = 0.1; q = 0.9.

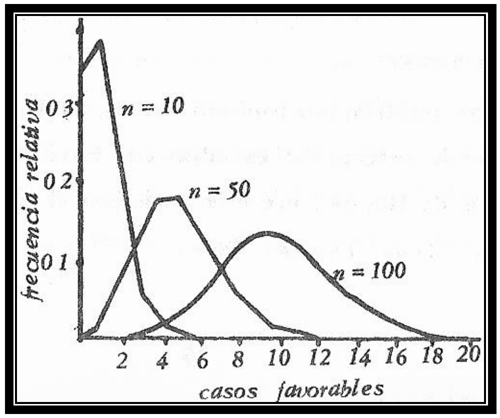
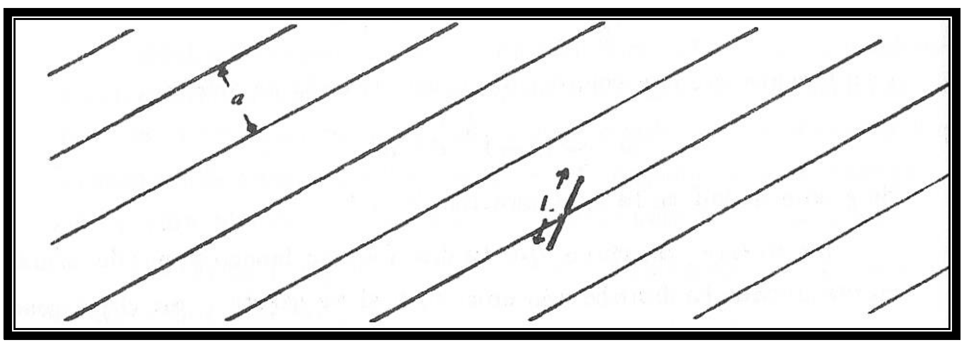


Fig. 1. Aproximación de la distribución binomial con la curva de Gauss.

El gran naturalista francés George Louis Leclerc, conde de Buffon (1707-1788) mostró en 1777 el primer ejemplo de un problema de probabilidad geométrica. En su obra "L´histoire Naturelle" se plantea un problema conocido hay como el problema de la aguja de Buffon, que origina como consecuencia, un método empírico para aproximar el número π. El problema de Buffon afirma que si se lanza una aguja de longitud L sobre un plano rayado homogéneamente, con separación entre rectas de longitud $a > L$ (véase la figura), entonces la probabilidad P, de que la aguja intersecte a una de las rectas es $P=2L/\pi a$.



Puesto que P puede aproximarse por la frecuencia relativa f, esto es, el número de veces en que la aguja toca una de las rectas sobre el número de lanzamientos, entonces, se sigue que $\pi \sim \frac{2L}{af}$. En particular, si $a = 2L$, hallamos que $\pi \sim \frac{1}{f}$. Empíricamente f es muy fácil de encontrar. Como dato curioso, en 1901, usando solo 3408 lanzamientos, el matemático italiano *Mario Lazzarini*, encontró 6 cifras decimales correctas para el número π**,** sin embargo a la luz de investigaciones recientes parece ser que los resultados tomados en cuenta en el experimento fueron sesgados. Para mirar una simulación del experimento en Java, visitar: http://www.mste.uiuc.edu/reese/buffon/bufjava.html .

En 1763 se publicó por primera vez en la historia de las matemáticas, un método de inferencia estadística. Este método, hoy conocido como Teorema de Bayes, fue formulado por el aficionado a las matemáticas inglés, el reverendo Thomas Bayes.

Supongamos que el suceso B ocurre como consecuencia de unas causas, digamos A_k, $k = 1, 2, \ldots, n$, bien determinadas. Lo normal, es preguntarse por la probabilidad de la ocurrencia de B, notada como $p(B)$, conociendo las probabilidades condicionales $p(B|A_k)$, de que ocurra B dado que A_k ocurrió. La respuesta a esta pregunta es la fórmula de probabilidad total:

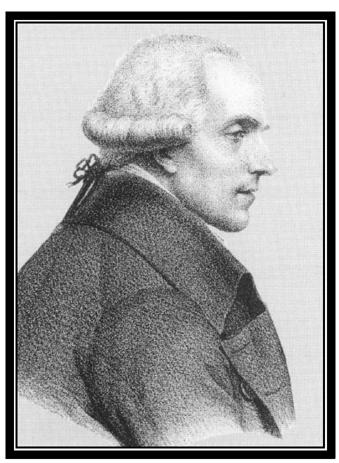
$$p(B) = \sum_{k=1}^{n} p(B|A_k)\,p(A_k)\,.$$

Sin embargo, si interpretamos a B como el efecto y A_k, $k = 1, 2, \ldots, n$, como las causas, podríamos preguntarnos sobre la probabilidad de que la causa A_k haya motivado el efecto B. $p(A_k)$ es la probabilidad *a priori,* y $p(A_k|B)$ es la probabilidad *a posteriori.* El teorema de Bayes, precisamente afirma que:

$$p(A_i|B) = \frac{p(B|A_i)\,p(A_i)}{\sum_{k=1}^{n} p(B|A_k)\,p(A_k)}, i = 1,2,\ldots,n$$

Donde A_i es una de las causas por la cual el efecto B se da.

Al teorema de Bayes se le hallaron muchas aplicaciones en fenómenos naturales y en el comportamiento humano. Por ejemplo si B es el cuerpo de un delito, y $\{A_k\}$, los sospechosos del mismo delito, entonces, el Teorema de Bayes "ayudaría a determinar" la culpabilidad de los incriminados. En este caso un criterio para dictar la sentencia sería tomar como culpable a aquel para el cual $p(A_i|B)$ sea máxima, en el supuesto que $p(A_k)$ y $p(B|A_k)$ fueran cuantificables. Fue precisamente en la jurisprudencia, donde más especulaciones se hicieron usando el Teorema de Bayes. Algo análogo se puede hacer para determinar las causas A_n de un terremoto B, a la luz de diferentes teorías que expliquen el fenómeno telúrico.



Pierre Simon Laplace (1749-1827)
Brown Brothers

El siglo XIX puede considerarse como el siglo de oro de la teoría de probabilidades, *Pierre Simon Laplace* (1749-1827), considerado generalmente como el creador de la estadística, como disciplina autónoma, publicó en 1812 "*Theorie Analitique des Probabilites*" que pasó a ser el tratado más serio y detallado sobre el tema hasta esa época. Aquí introduce las distribuciones límites de variables aleatorias independientes, idénticamente distribuidas. En 1810 dio una prueba intuitiva de la forma más simple del teorema central del límite. Sus estudios sobre la teoría de errores cubrieron un lapso de casi cincuenta años. Estos estudios condujeron al método de los mínimos cuadrados, a la distribución normal y al *Teorema Central del Límite*. Entre los años 1815 y 1820 escribió tres suplementos a su *Teoría Analítica de Probabilidades*. El legado científico de *Laplace*, el cual no está reducido solamente al campo de las matemáticas, no ha sido aún estudiado suficientemente. Los terrenos de la historia de las matemáticas y de la ciencia no fueron desconocidos para él. Esto se demuestra en su "*Ensayo Filosófico sobre las Probabilidades*", publicado como prefacio a su obra Teoría Analítica de Probabilidades.

Adrien Marie Legendre (1752-1833)
David Smith Collection

A *Carl Friedrich Gauss* (1777-1855) le correspondió dar, a la teoría de probabilidades, su mayoría de edad. Tomados los trabajos de Laplace y Gauss juntos, forman el cuerpo total de la teoría clásica de errores y casi la totalidad de la teoría de probabilidades clásica.

En 1778 *Euler* había introducido intuitivamente el principio de los mínimos cuadrados, y *Legendre* lo introdujo en 1805, con el objeto de hallar "*une sorte de equilibre*" entre los errores, y prevenir errores extremos. También en 1808 el norteamericano *Robert Adrain* dedujo la distribución normal para errores aleatorios y obtuvo los principios del *método de los mínimos cuadrados* y de la media aritmética. Sin embargo el nivel matemático de sus trabajos no fue suficientemente alto, y estos artículos pasaron casi desapercibidos por largo tiempo.

Leonhard Euler (1707-1783)
Library of Congress

Gauss empleó por primera vez el método de mínimos cuadrados en sus cálculos astronómicos en 1794 o 1795 y luego los usó regularmente a partir de 1801. Como consecuencia del fugaz descubrimiento del planetoide Ceres por *Giuseppe Piazzi* en 1801 Gauss se enfrentó al problema de calcular su órbita con base en un pequeño número de observaciones de su posición en el curso de su movimiento alrededor del sol. En "*Teoria Motus"* (1809) mostró cómo se puede determinar la órbita de los cuerpos celestes con base en un número limitado de datos observados. Las observaciones de los diminutos planetas Ceres, Palas, Vesta, Juno, etc. Confirmaron la precisión de los métodos de Gauss.

Los aportes de Gauss a la teoría de probabilidades se centran principalmente en dos aspectos: la distribución normal y el método de los mínimos cuadrados. La distribución normal, de múltiples aplicaciones, tiene que ver con fenómenos aleatorios para los cuales se satisface:

$$p(a \leq X \leq b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_a^b e^{(-1/2)[\frac{x-\mu}{\sigma}]^2} dx$$

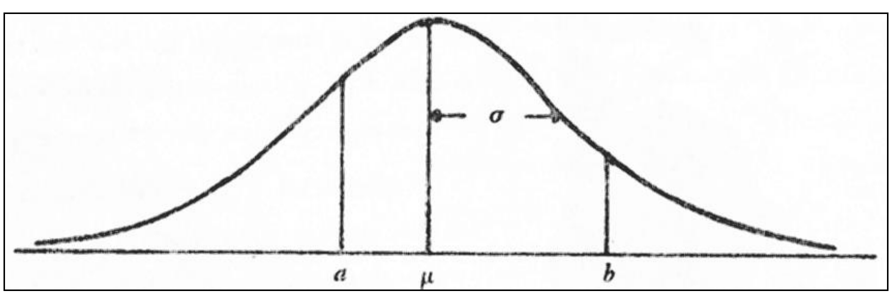


Fig. 3. Gráfica de la curva, a veces llamada, campana de Gauss.

Para concluir esta ligera descripción de los aportes de Gauss a la teoría de probabilidades, debemos decir que Gauss fue el maestro de la ciencia experimental y al igual que *Newton,* además de gran matemático, un científico que sintió la necesidad de un contacto directo con la naturaleza y la vida real.

5. DE POISSON A KOLMOGÓROV.

Simeon Dennis Poisson (1781-1840) introdujo los conceptos de *variable aleatoria* y *distribución acumulativa*. Generalizó el *Teorema Central del Límite* considerando sumas de variables aleatorias cuyas distribuciones no son idénticas y de valores posibles tomados en un intervalo finito. Probó la ley de los grandes números para el caso precisamente, de la distribución que lleva su nombre usando el teorema central del límite y aplicándolo a varios ejemplos particularmente en Demografía y Física.

Las aplicaciones que dio de la teoría de probabilidades a la jurisprudencia, fueron bastante cuestionadas en su tiempo, particularmente su frase, "es más peligroso para la seguridad pública, la absolución de un culpable que la condena de un inocente". Este criterio ya había sido sugerido por *Aristóteles* y tomado como norma en el Reglamento de Pedro el Grande de Rusia en 1716.

Con *Poisson* la estadística va tomando cuerpo y encontrando aplicaciones como aquellas que él mismo describe en el área de la Medicina y la Jurisprudencia. Su celebrada distribución Poisson, es a no dudarlo herramienta fundamental en los procesos que tienen que ver con líneas de espera (Teoría de Colas) y con problemas inherentes a emisiones de partículas radioactivas.

Desde 1830 la estadística, hasta entonces entendida como mera recolección de datos, rápidamente fue cobrando importancia. De un lado para efectos de planeación, por parte de los gobiernos y por otro, en razón de su utilidad en la ciencia.

Los profundos desenvolvimientos en la estadística fueron primariamente realizados por *Karl Pearson (1857-1936) y Ronald A. Fisher* (1870-1962) en Inglaterra.

Pearson originalmente un matemático aplicado y filósofo de la ciencia, influenciado por los biólogos *Galton y Weldon*, empezó a trabajar en estadística alrededor del año 1890. Fue el comienzo del siglo el que ofreció una nueva alternativa para la estadística, no sólo en el campo teórico sino en las aplicaciones, como en el caso de la biología.

Sir Ronald Fisher se considera como uno de los científicos más destacados en el campo de la Genética y la Estadística. Creó prácticamente el área denominada *Diseño Experimental* y contribuyó a formular criterios para medir la información ofrecida por una serie de datos, condensándolos de tal manera que la información que de allí deriva, no se disminuya, y estimando parámetros desconocidos en un modelo. Valiosas también son sus contribuciones a la inferencia estadística.

No muy conocido, pero de considerable prestancia en la historia de la estadística es *I. J. Bienaymé* (1786- 1878). Fueron meritorios sus trabajos sobre la probabilidad de los errores en el método de los mínimos cuadrados, como lo acreditan *Lamé. Chasles* y *Liouville.* En una memoria escrita para la Academia de Ciencias de Paris, Bienaymé fórmula la ley llamada desigualdad de Chebyshev.

A. J. *Quetelet (1796-1874)* es considerado como el padre de la Estadística, en gran parte por sus contribuciones a la inferencia estadística y a la formación de criterios no paramétricos.

En los párrafos precedentes hemos exhibido los nombres de algunos de los pioneros de la estadística en el siglo XIX y comienzos de este siglo. Lo que sigue es un a descripción de la obra de los probabilistas que cierran el período dorado de la teoría de probabilidades.

Pafnuti Chebyshev (1821-1894), universalmente conocido por los polinomios que llevan su nombre y por la prueba del *teorema fundamental de los números primos*, fue el iniciador de la escuela probabilística rusa, cuya sede estuvo en San Petersburgo. Entre sus aportes a la probabilidad está la celebrada d*esigualdad de Chebyshev* o Bienaymé-Chebyshev en la que indica cómo la varianza mide el grado de concentración de probabilidad en cercanías de 1a esperanza matemática, $\mu = E(x)$. Aunque *A. M. Lyapunov (1857*- 1918), sea más conocido por su teoría de la estabilidad en ecuaciones diferenciales, sin embargo lo mencionamos aquí por que hizo varias investigaciones alrededor del Teorema Central del Límite, que previamente Chebyshev había generalizado.

A. A. Markov (l856-1922) introdujo en 1907 las cadenas de un número finito de estados, conocidas hoy como *Cadenas de Markov*.

En 1930 apareció "Fundamentos de la Teoría de Probabilidades" de Andrei N. Kolmogórov (1903-1987). El trabajo de Kolmogórov vino a satisfacer uno de los anhelos de *David Hilbert*, en el sentido de construir sobre una cimentación sólida la teoría de probabilidades. *Kolmogórov* recurrió a la teoría de conjuntos y a la teoría de medida a fin de dar base matemática a la probabilidad. Las contribuciones de este matemático se cuentan por decenas, pero en razón de lo sofisticado de los temas por él tratados, nos resistimos al deseo de enunciar algunos de sus valiosos resultados. La teoría de probabilidades y sus áreas aledañas (teoría de la medida, análisis, etc.) salieron enriquecidas como consecuencia del magistral impulso del gran matemático ruso.

David Hilbert
David Smith Collection

El siglo XIX se constituyó en semillero de probabilistas y el siglo XX ha visto florecer en muchas latitudes grandes continuadores en el duro bregar por tratar de ordenar el caos y reglamentar el azar. El frente de onda de la teoría de probabilidades lo constituyen ahora los procesos estocásticos, la teoría de la información, la teoría de juegos y algunas otras áreas que tienen como eje el estudio de procesos no determinísticos.

Aunque algunos procesos estocásticos, (cadenas de Markov, movimiento Browniano) habían sido estudiados antes, fue el gran pionero de la teoría de probabilidades moderna, *Paul Levy* (1886-1972) quien los estudio en detalle en su libro "*Teorie de L´Addition des Variables Aleatoires",* publicado en 1937. Posteriormente en 1939, *J. Ville* introdujo el término *Martingalas* para denotar ciertos procesos estocásticos originados en los juegos de azar. En 1953, *J .L. Doob* en su obra "Procesos Estocásticos" (hoy considerada como una obra clásica), ofrece el primer estudio sistemático de los procesos regidos por el azar. En esta obra incluye varios de sus aportes al tema, algunos de los cuales se remontan al año 1940.

Importantes contribuciones a los fundamentos de las cadenas de Markov. Hizo *W. Doeblin* a fines de la década de 1930. Las cadenas de Markov fueron extendidas a un número infinito de estados por Kolmogórov en 1936.

El matemático polaco *Mark Kac* ha hecho varios aportes. Entre estos, algunos referentes a Paseos Aleatorios, Teoría del Potencial y Teoría del Movimiento Browniano. El estudio del movimiento Browniano, como un proceso estocástico, fue iniciado por *Norbert Wiener* (1894-1964) en 1923 y luego convertido en una verdadera teoría por *Paul Levy* y sus seguidores.

La importancia de la teoría y las aplicaciones de los procesos estocásticos se aprecian en el número de áreas en que su estudio se ha dividido. Algunas ramas son: cadenas de Markov (finitas y enumerables), teoría de martingalas, procesos de nacimiento y muerte, procesos de difusión, procesos de ramificación, teoría del potencial, paseos aleatorios y teoría de colas.

John von Neumann (1903-1957) logró a través de la teoría juegos, que fue una de sus creaciones (la otra fue el computador moderno) dar a los juegos aplicaciones que van desde la toma de decisiones hasta la predicción del tiempo. En la década de 1930 a von Neumann se le unió el economista austriaco *Oskar Morgenstern* y como producto de su asociación, se publicó "Theory of Games and Economic Behaviour" tratado este considerado como un verdadero clásico. El centro de la obra gravita alrededor del concepto de estrategia, que aunque ya había sido tratado por el gran matemático *Emil Borel* (1871-1956), fue *von Neumann* quien lo definió rigurosamente y le dio aplicaciones.

Tenemos que mencionar aquí también a *Abraham Wald* (1902-*1950)* cuya teoría de Funciones Estadísticas está íntimamente ligada a la teoría de juegos. La teoría de decisión creada por *Wald* incluye casi todos los problemas que son la razón de ser de la estadística matemática.

Harold Cramer, Norbert Wiener, George Polya„ William Feller, S. Kakutani y *A.* N. *Kolmogórov* contribuyeron destacadamente al desarrollo de la teoría de probabilidades en el segundo cuarto del presente siglo.

Es difícil enumerar a todos los probabilistas que en los últimos años han brillado por los aportes hechos a diferentes ramas de la Teoría de Probabilidades. Entre los más conocidos podemos citar a *K. L. Chung, P. Erdös. M. Loeve, T .E. Harris, K. lto, H.P. Mckean, Jr., J. G. Kemeny*, *J. L. Snell* y F. *Spitzer.*

En años recientes se ha llegado a una producción asombrosa en temas relacionados con los procesos de azar. Se destaca particularmente la escuela rusa con *E. B. Dynkin* a la cabeza, así como la escuela norteamericana, donde sobresalen los nombres de *J. G. Kemeny, J. L. Snell, Frank Spitzer, J. Lamperti, Murray Rosenblatt* y S*amuel Karlin,* entre otros.

Hemos querido a través de nuestro paseo por la historia, mostrar a ustedes un poquito de los dominios de la historia de la teoría de probabilidades y hemos aspirado a que el repaso de la historia nos muestre claramente los estrechos nexos entre la vida real y la ciencia. Y entre ésta y el hombre. Consideramos que tanto la ciencia, como la historia de su propio desenvolvimiento, son importantes y estamos en la obligación de mostrar la ciencia, no como algo acabado, sino como el estado de un proceso que viene evolucionando desde muchas centurias atrás.

BIBLIOGRAFÍA

1. Chung, K. L. *Elementary Probability Theory with Stochastic Processes.* Springer Verlag 1975.
2. Eves, H. *An Introduction to the History of Mathematics*, Fourth Edition Holt, 1976.
3. Garding, L. *Encounter with Mathematics*. Springer Verlag 1977.
4. Heyde, C.C. Seneta, *E. I. J. Bienaymé*. *Statistical Theory Anticipated*, Springer Verlag 1977.
5. Johnson, R. *Elementary Statistics*, 2nd Edition, Duxbury Press, 1976.
6. Kramer, E. E. T*he Nature and Growth of Modern Mathematics*. Hawthorn Books, Inc. 1970.
7. Meyer, P. L. *Introducción a la Teoría de Probabilidades y sus Aplicaciones*. Fondo Educativo Interamericano, 1975.
8. Pareja Heredia, D. *Procesos Estocásticos*. VIII Coloquio Colombiano de Matemáticas. 1978.
9. Renyi, A. *Cálculo de Probabilidades.* Editorial Reverté. 1976.
10. Sheynin, O. B. *Laplace´s Theory of Errors*. Archive for History of Exact Sciences. Vol. 17 No. 1 de 1977.
11. Sheynin, O. B. *S. D. Poisson's Work in Probability*. Archive for History of Exact Sciences. Vol. 20 No. 1, 1979.
12. Steen, L.A., Editor, *Mathematics Today. Twelve Informal Essays*. Springer Verlag, 1978.